



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

PROUDĚNÍ VE SPÁRÁCH

FLOW IN CRACS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. ADAM OCÁSEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. MILOSLAV HALUZA, CSc.

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Adam Ocásek

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Fluidní inženýrství (2301T036)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Proudění ve spárách

v anglickém jazyce:

Flow in cracs

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

U oběžných kol čerpadel a turbin se používají těsnící spáry pro oddělení rotujícího a stojícího prostoru. Na jejich tvaru závisí objemová účinnost.

Cíle diplomové práce:

Vyhledejte nas základě výpočtů nejvhodnější tvary těsnících spár pro oběžná kola turbin a čerpadel, srovnejte s výpočty podle koeficientů ztrátových součinitelů.

Seznam odborné literatury:

Šťáva, P. : Studie proudění v tenkých spárách, zpráva k projektu FD-K/109,
VUT-EU-QR-31-03, prosinec 2003.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/13.

V Brně, dne 22.11.2012



doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá studiem proudění v těsnících spárách oběžných kol čerpadel a turbín. Těsnící spáry slouží ke zvýšení objemové účinnosti těchto vodních strojů. I přes existující rozsáhlý výzkum nebyla tato problematika doposud plně prozkoumána a tato diplomová práce se snaží rozšířit znalosti v tomto oboru.

V první části se diplomová práce nejprve věnuje hledání vhodného numerického popisu proudění ve spárách a kalibraci výpočtového programu FLUENT za pomoci reálného experimentu.

V páté kapitole zkoumá vliv tvaru těsnící spáry na objemovou účinnost stroje a definuje její optimální konstrukční návrh pro zvýšení objemové účinnosti.

Dále je studován vliv excentricity rotoru na charakter proudění těsnící spárou, její průtočnost a rozložení tlaku v prostoru spáry.

V poslední části, v kapitolách osm až deset porovnává výpočty proudění prováděné numericky v programu FLUENT s vybranými analytickými vztahy, příp. jejich upravenými variantami, a hodnotí míru korespondence výsledků mezi oběma přístupy.

Klíčová slova

Proudění ve šterbinách, těsnící spáry, ztrátový průtok, objemová účinnost, expanzní komůrky, CFD výpočty, analytické řešení, excentricita.

Abstract

This Master's thesis investigates the flow in sealing gaps of impeller within pumps and turbines. Sealing gaps are installed to improve the volumetric efficiency in this type of fluid machinery. Despite present extensive research this subject has not been entirely documented and the thesis' aim is to improve our knowledge in this matter.

At the beginning, the practical experiment is used in order to establish appropriate numerical description of flow in seals and to calibrate software FLUENT.

In chapter five, the thesis analyses the influence of seal design on volumetric efficiency of pumps and turbines and defines its optimal construction to improve the efficiency.

The thesis then examines the effect of rotor eccentricity on flow properties, flow rate and pressure distribution within the sealing gap.

In the last section, through chapters six to eight, the flow results provided by numerical solution in FLUENT and selected analytical equations, or their modified forms, are being discussed. The degree of correspondence between the results is also studied.

Key words

Flow in cracks, sealing gaps, flow loss, volumetric efficiency, expansion chambers (grooves), CFD computation, analytical solution, eccentricity.

Bibliografická citace

OCÁSEK, A. *Proudění ve spárách*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 130 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc..

Čestné prohlášení

Tímto prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci nesoucí název *Proudění ve spárách* vypracoval samostatně a veškeré použité prameny jsou citovány a nedochází k porušení autorských práv ve smyslu Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském a o právech souvisejících s právem autorským.

V Brně dne

.....

Adam Ocásek

Poděkování

Tímto chci poděkovat vedoucímu mé diplomové práce doc. Ing. Miloslavu Haluzovi, CSc., který měl vždy připravené vítané rady a zkušenosti.

Obsah

1	Úvod	11
2	Teorie proudění v obecných spárách	12
2.1	Mechanismy proudění	12
2.2	Taylorovy víry	14
3	Teorie proudění v těsnících spárách	15
3.1	Určení průtoku těsnící spárou	17
3.1.1	Radiální těsnící spára	17
3.1.2	Axiální těsnící spára	19
3.2	Snižování průtoku a ztráty proudění na spáře	20
3.2.1	Vliv geometrie spáry na průtočnost	20
3.2.2	Vliv součinitele tření	20
3.3	Vliv proudění na tlakové pole	23
3.4	Budoucí vývoj v oblasti těsnících spár	25
4	Numerické řešení – kalibrace softwaru	27
4.1	Příprava v programu GAMBIT	30
4.2	Kalibrace programu FLUENT	31
4.2.1	Definice turbulence v okrajových podmínkách	33
4.2.2	Definice tlaku v okrajových podmínkách	33
4.2.3	Definice rychlosti v okrajových podmínkách	34
4.2.4	Výpočet zadání dle experimentu a porovnání modelů proudění	35
4.2.5	Porovnání turbulentních modelů	38
4.3	Vliv předrotace kapaliny na průtočnost	39
5	Vliv tvaru těsnící spáry na objemovou účinnost	40
5.1	Tvorba sítě pro základní typy expanzních komůrek	42
5.2	Kruhová expanzní komůrka – vliv průměru	42
5.3	Studie vlivu tvaru těsnící spáry	42
6	Vliv rotace a tření na průtočnost	55
7	Těsnící spára s excentricitou	56
7.1	2D úloha	57
7.2	3D úloha – proudění	57
7.2.1	Průběh tlaku – symetrická spára	58
7.2.2	Průběh tlaku – excentrická spára	59
8	Matice těsnících spár a porovnání s analytickým vztahem	66
8.1	Matice těsnících spár: kruh	66
8.2	Matice těsnících spár: čtverec	68
8.3	Analytická matice	70

8.3.1	První způsob určení součinitele tření.....	71
8.3.2	Druhý způsob určení součinitele tření	71
8.3.3	Třetí způsob určení součinitele tření	72
8.3.4	Čtvrtý způsob určení součinitele tření	72
8.3.5	Vyhodnocení velikosti součinitele tření	72
8.3.6	Vytvoření analytické matice	74
8.4	Modifikace analytického vztahu	78
9	Aproximace průtočnosti spár metodou součinitelů.....	80
9.1	Určení součinitelů místních ztrát	80
9.1.1	Sestavení vztahů pro výpočet součinitelů místních ztrát.....	80
9.1.2	Vyčíslení součinitelů místních ztrát	82
9.2	Porovnání metody součinitelů s výpočty dle programu FLUENT	83
10	Diference součinitele tření	86
	Závěr	89
	Seznam použitých zdrojů.....	91
	Tištěné a elektronické publikace	91
	Přednášky	92
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	93
	Seznam příloh	95

1 Úvod

Vodní stroje s oběžným kolem, jakými jsou turbíny a čerpadla, se vždy skládají ze dvou hlavních částí, kterými jsou rotor a stator. Mezi rotujícím oběžným kolem a přiléhající statorovou částí stroje je úzký prostor, kde dochází ke ztrátovému proudění pracovního média v důsledku tlakového gradientu, což např. u čerpadel vede ke zpětnému propojení výtlaku a sání nebo dvou po sobě jdoucích stupňů čerpadla. To vše způsobuje zhoršení objemové účinnosti a tedy i celkové účinnosti stroje.

Tento problém se řeší použitím těsnících spár, kterými se budu v této diplomové práci zabývat. Najdeme je právě v prostoru mezi statorem a rotorem a jejich základ tvoří úzká štěrbina, jejímž úkolem je minimalizovat ztrátové průtoky v mezeře, působením odporu proti proudění média. Na velikost odporu má vliv především výška těsnící spáry či její délka. V neposlední řadě lze bránit průtoku povrchovou úpravou materiálu nebo také různými tvarovými modifikacemi spáry, tzv. expanzními komůrkami.

Problematika proudění v těsnících spárách je také blízká mechanismu mazání kluzných ložisek. V obou případech se jedná o proudění v meziválcové mezeře a je tak možné pozorovat některé společné děje, které však budou kvalitativně na jiné úrovni, protože probíhají za jiných okrajových podmínek.

Při návrhu jakékoliv spáry, je rovněž vždy nutné počítat s možným vlivem konstrukce štěrby na dynamiku celého stroje. Tenká vrstva kapaliny často zásadně ovlivňuje frekvenční charakteristiky zařízení skrze vznik přídavné hmotnosti, přídavného tlumení a přídavné tuhosti.

V problematice proudění ve spárách se protíná hned několik specializací a není tak možné v rámci jedné diplomové práce obsáhnout všechny z nich. Tato práce se zaměřuje především na vliv konstrukčního návrhu těsnící spáry na objemovou účinnost za účelem minimalizace ztrátových průtoků. Dále pak na porovnávání numerických CFD výpočtů s již existujícími výpočty ztrátových koeficientů. V tomto směru je možné čerpat údaje z výzkumných zpráv z různých koutů světa, ale jedná se relativně o *mladé* studie a vliv geometrie spáry na mikro a makro úrovni ještě nebyl zcela důkladně prozkoumán. Je to způsobeno počtem různých variant řešení, která mohou existovat a stejně jako my i tyto výzkumy často využívají CFD výpočtů pro verifikaci svých závěrů.

Je však třeba zdůraznit, že finálním krokem za každou teorii napsanou na papíře a všemi CFD výpočty, by měl být experiment, který potvrdí nebo vyvrátí naše předpoklady. Tato diplomová práce se snaží porovnávat a případně rozšířit stávající znalosti v oboru a přispívá tak svým dílem do rozsáhlé problematiky proudění v těsnících spárách a štěrbinách obecně a poskytuje vhodné základy pro další studie.

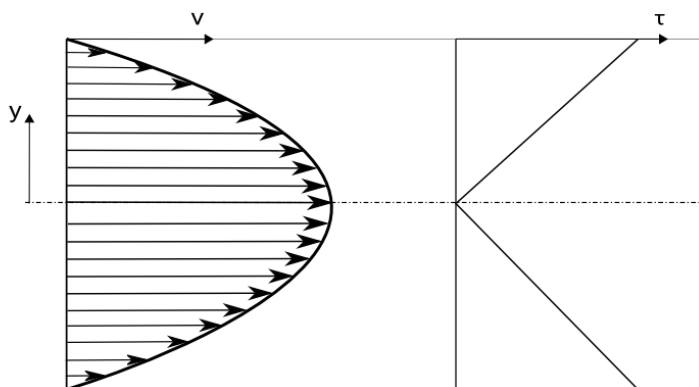
2 Teorie proudění v obecných spárách

Dříve než se zaměříme na zkoumání těsnících spár, vysvětlíme si principy proudění v obecné úzké mezeře. V nich se totiž uplatňují základní fyzikální děje, jejichž pochopení nám později pomůže lépe porozumět proudění a v konkrétnějším typu mezer, jakými jsou i těsnící spáry.

2.1 Mechanizmy proudění [15]

Podívejme se nejdříve, jaké jsou důvody pro vznik proudění tekutiny skrze úzkou mezeru. Pokud pomineme kapilární jevy, existují dva základní mechanismy, které nutí tekutinu téci skrze tento prostor. Ukážeme si je pro případ laminárního proudění v tenké mezeře.

Prvním mechanismem je rozdíl tlaků, neboli tlakový gradient, mezi vstupem a výstupem na spáře. Takto vzniklé proudění označujeme jako tzv. *Poiseuilleovo*¹ proudění (viz Obr. 2.1).



Obr. 2.1. Rychlostní profil Poiseuilleova proudění v úzké mezeře a jemu příslušející průběh smykového napětí.

Na stěnách máme v důsledku ulpívání nulové rychlosti tekutiny a maximum rychlosti se nachází v ekvidistantní vzdálenosti mezi stěnami. Parabolický tvar rychlostního profilu lze popsat pomocí (2.1) (Šťáva, 2003) [15]. Tomu odpovídá i průběh smykového napětí dle Newtonova vztahu, který je lineární s osovou symetrií (2.2) (Šťáva, 2003) [15].

$$v = \frac{\Delta p}{2\mu} \left[\left(\frac{s}{2} \right)^2 - y^2 \right] \quad (2.1)$$

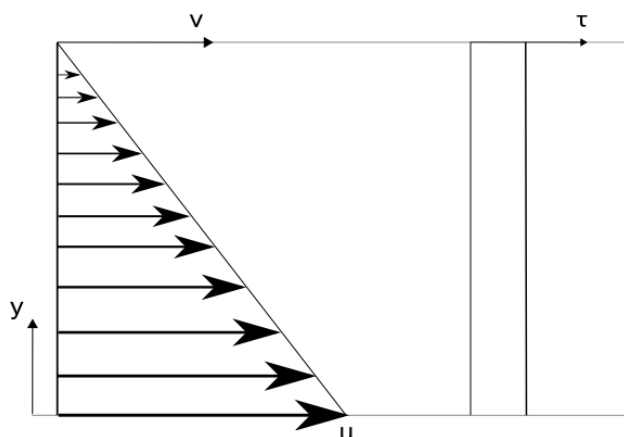
$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (2.2)$$

Kde v – rychlost [m/s]
 Δp – tlakový gradient na spáře [Pa]
 μ – dynamická viskozita [Pa/s]

¹ Pojmenováno podle francouzského fyzika Jean Louis Marie Poiseuille.

- s – výška těsnící spáry [m]
 y – vzdálenost od střední roviny spáry [m]
 τ – smykové napětí [Pa]

Druhým mechanismem je *Couettovo*² proudění, které je vyvoláno unášením stěn rychlostí u [m/s] (viz Obr. 2.2). Laminární rychlostní profil má pro spáry s malou výškou lineární průběh a na stěnách je opět z důvodu ulpívání velikost rychlosti identická s rychlostí stěny.



Obr. 2.2. Rychlostní profil *Couettova* proudění v úzké mezeře a jemu příslušející průběh smykového napětí.

Tvar rychlostního profilu je poté jednoduše vyjádřený pomocí (2.3) (Šťáva, 2003) [15]. Protože je smyková rychlost $\frac{dv}{dy}$ po průřezu konstantní, je také průběh smykového napětí τ (2.2) konstantní a jeho znaménko závisí na sklonu profilu (v našem případě je jeho hodnota záporná).

$$v = (s - y) \frac{u}{s} \quad (2.3)$$

Pro laminární proudění lze odvodit vztahy i pro složitější případy, než byly zmíněné dvě situace a najdeme je odvozeny v ucelené formě v Šťáva (2003) [15]. Dokážeme analyticky řešit i různé kombinace zmíněných proudění v rozličných průřezích a to pro Newtonské i neNewtonské tekutiny.

Je však třeba si uvědomit, že stejně přehledné analytické řešení v případě turbulentního proudění neumíme zformulovat. Potýkáme se především s příliš mnoha neznámými veličinami, což řešíme např. za pomoci *turbulentní viskozity*, jak je tomu po zavedení Boussinesque hypotézy u Reynoldsových časově středovaných Navier Stokesových rovnic (*RANS*). Turbulentní viskozita není konstantou, jak tomu bylo u kinematické (molekulové) viskozity, ale je funkcí proudového pole, které předem neznáme a pro její získání se uchylujeme k numerickému řešení celého proudění za pomoci CFD programů (Šťáva, 2003) [15], (Hsu, 2012) [7].

² Pojmenováno po Maurice Marie Alfred Couette, francouzském fyzikovi.

Navíc se v případě kluzných ložisek po překročení kritického Taylorova čísla setkáváme se vznikem sekundárně stabilních struktur tzv. Taylorových vírů. Tyto formy proudění dále zesložitují možnost analytického řešení (Štáva, 2003) [15].

2.2 Taylorovy víry [8]

Jedná se o toroidní vírové struktury v meziválcové mezeře, přičemž vnitřní válec má v porovnání s vnějším válcem relativní nenulovou úhlovou rychlost a víry sdílí s válci osu rotace. Pokud je vnitřní válec nehybný a rotuje pouze vnější válec, nedojde při zvyšování úhlové rychlosti válce ke vzniku sekundárně stabilních vírů, ale proudění přejde přímo do turbulentního režimu.

Taylorovy víry jsou příklad situace, kdy nestabilita proudění, v tomto případě Couettova typu, nemusí nutně vést ke vzniku turbulentního proudění, ale pouze k jiné stabilní formě proudění. Je pro nás o to zajímavější, že dochází k tvorbě kompaktních vírů, které jsme schopni využít pro zvýšení nosnosti kluzných ložisek.

3 Teorie proudění v těsnících spárách

Speciálním případem úzké protékané šterbiny je těsnicí spára, prvek hojně používaný jak u čerpadel tak turbín. Tyto stroje v rámci svého objemu pracují s tlakovým gradientem. Pracovní médium má v takovém prostředí snahu proudit nejen prostorem oběžného kola, ale také ve směru tlakového gradientu i netěsnostmi mezi rotující a statorovou částí stroje, kde nedochází k energetickému využití média. Do těchto míst se konstruuji právě těsnicí spáry, jejichž úkolem je minimalizovat průtoky netěsnostmi, tzv. ztrátové průtoky, a zvýšit tak objemovou účinnost stroje.

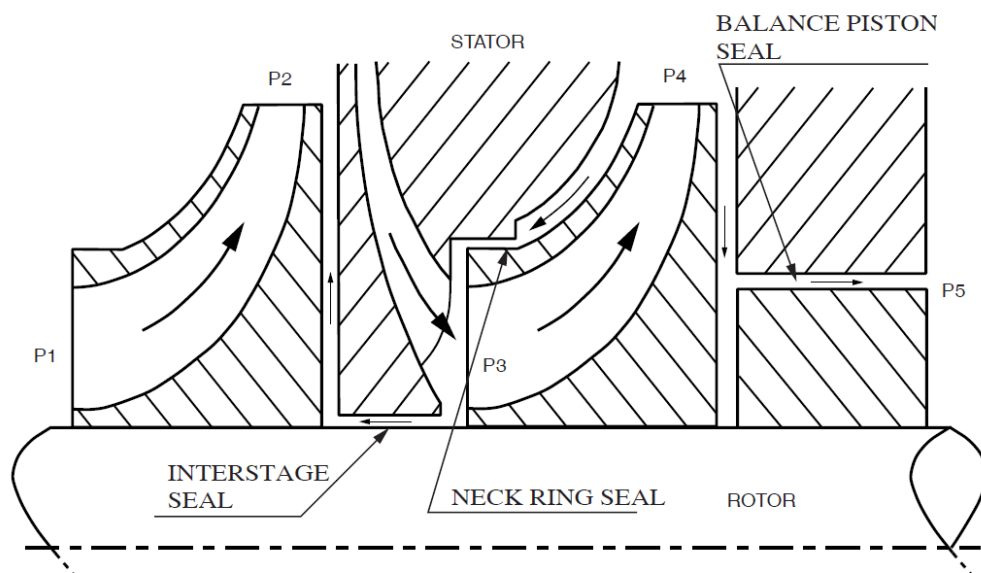
Objemová účinnost je dána poměrem zpracovaného průtoku strojem a celkového průtoku zahrnujícím i ztrátový průtok netěsnostmi.

Jak již bylo řečeno v úvodu, mechanismus jakým těsnicí spára snižuje průtočnost, je založen na kladení odporu proti pohybu tekutiny. Velikost odporu lze ovlivnit např. tvarem spáry nebo její povrchovou úpravou. Tekutina překonává veškeré odpory na úkor úbytku své tlakové měrné energie, a čím většího poklesu tlakové měrné energie dosáhneme, tím menší bude i ztrátový průtok spárou.

V případě vícestupňového čerpadla se těsnicí spára nachází hned na několika místech, kde brání průsakům z oblastí vyššího tlaku do míst tlaku nižšího (viz Obr. 3.1). Jsou to *Mezistupňové těsnicí spáry* (Obr. 3.1 *interstage seal*) zabráňující zpětnému proudění z jednoho stupně čerpadla do stupně předchozího.

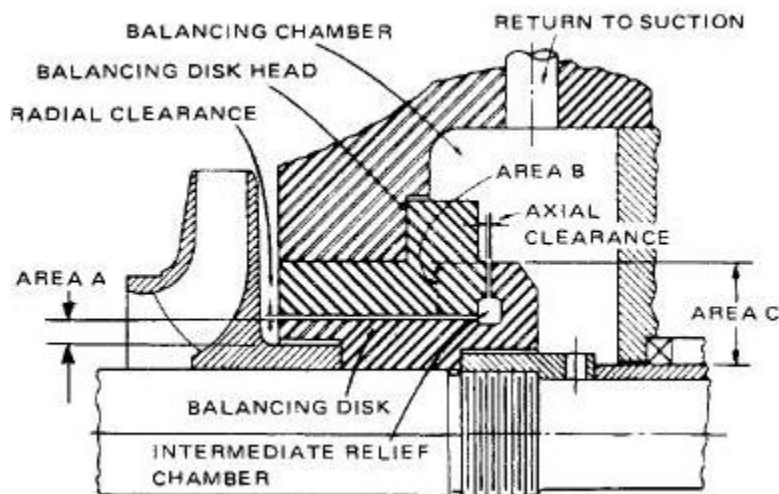
Dále pak *těsnicí kruhy* (Obr. 3.1 *neck ring seal*) zamezující nežádoucí průsaky média z výstupu oběžného kola zpět na vstup.

V neposlední řadě je to i vyrovnávací píst (Obr. 3.1 *balance piston seal*), který slouží pro eliminaci axiálních sil a zahrnuje vlastní radiální těsnicí spáru.



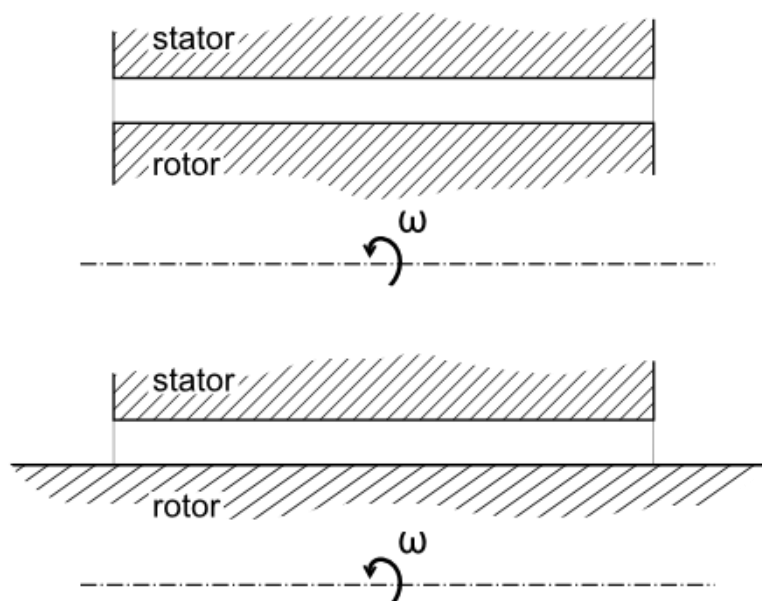
Obr. 3.1. Řez vícestupňovým čerpadlem s vyznačenými těsnícími spárami.
Zdroj: Eskild Storteig [13] str. 8.

Namísto vyrovnávacího pístu se můžeme setkat i s *vyrovnávacím kotoučem*, tzv. *HD kotoučem*, který obsahuje jak axiální, tak radiální těsnící spáru (Obr. 3.2) [3].



Obr. 3.2. Řez vyrovnávacím kotoučem s radiální a axiální těsnící spárou (*radial clearance* a *axial clearance*). Zdroj: Bearings Plus, Inc. [3].

Tvar těsnící spáry v řezu si lze znázornit např. dle Obr. 3.3, kde rotoru je přidělena úhlová rychlost odpovídající otáčkám oběžného kola. Vzdálenost od osy rotace je dána konkrétním umístěním spáry v rámci stroje.



Obr. 3.3. Tvar těsnící spáry a okolí v radiálním řezu.

První verze těsnící spáry (Obr. 3.3 a)) nejvíce odpovídá případu *těsnícího kruhu*³, *vyrovnávacího pístu* a *HD kotouče* (viz Obr. 3.1 a 3.2). Druhá verze spáry (Obr. 3.3 b)) je typičtější pro těsnící spáry přilehající rotoru jako např. *mezistupňová těsnící spára* (Obr. 3.1).

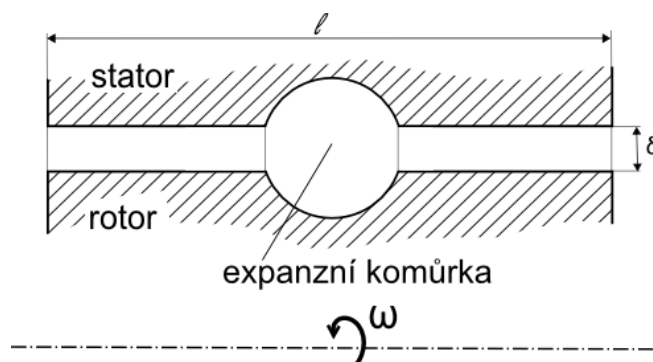
³vstup a výstup těsnící spáry na Obr. 3.1 má ve skutečnosti složitější tvar doplněný o zápichy a další tvarování a ve výsledku skutečně více odpovídá schématu na Obr. 3.3 a).

3.1 Určení průtoku těsnící spárou

Stanovení velikosti průtoku těsnící spárou je jeden z nejdůležitějších úkonů při návrhu těsnící spáry s ohledem na objemovou účinnost stroje. Výpočet budeme provádět samostatně pro radiální a axiální těsnící spáru.

3.1.1 Radiální těsnící spára [14]

Pro těsnící spáry jednoduššího tvaru lze odvodit analytické vztahy pro výpočet námi hledaného hmotnostního průtoku spárou. Uvažujme radiální těsnící spáru⁴ s expanzní komůrkou (viz Obr. 3.4). Expanzní komůrka je tvarové rozšíření jinak hladké těsnící spáry. Lze si ji představit jako výduť, ve které dochází k dodatečným tlakovým ztrátám proudění.



Obr. 3.4. Radiální těsnící spára s expanzní komůrkou v radiálním řezu.

Vyjděme z klasického přístupu pro definici průtoku skrze konkrétní plochu (3.1). Dosadíme za plochu vztah pro velikost mezikruhového průřezu a za rychlost střední velikost axiální rychlosti ve spáře.

$$Q_m = \rho \cdot S \cdot c \quad (3.1)$$

$$Q_m = \rho \cdot \pi \cdot [(r + \delta)^2 - r^2] \cdot c_t \quad (3.2)$$

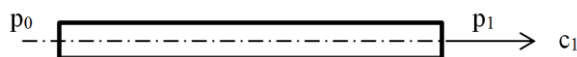
Kde	Q_m	– hmotnostní průtok [kg/s]
	ρ	– hustota média [kg/m ³]
	c	– rychlost proudění v kolmém směru na plochu S [m/s]
	r	– poloměr rotace spáry [m]
	δ	– výška těsnící spáry [m]
	c_t	– střední rychlost média spárou [m/s]

Výška těsnící spáry δ se pohybuje v rámci desetin milimetru a pokud ji navíc umocníme na druhou, můžeme si tento člen vůči ostatním členům dovolit zanedbat. Získáme tak konečný tvar pro hmotnostní průtok spárou (3.3).

$$Q_m = \rho \cdot 2\pi \cdot r \cdot \delta \cdot c_t \quad (3.3)$$

⁴ radiální těsnící spára má výšku mezery definovanou v radiálním směru. Mezera axiální spáry je definována v axiálním směru.

Obecně známe velikosti všech veličin v rovnici (3.3), až na střední rychlost spárou. Jak jsme si řekli na začátku kapitoly, můžeme zde očekávat proudění typu *Couettovo* a *Poiseuilleovo*. Proudění *Couettovo* bude hrát svoji roli především ve vzniku tangenciální složky rotace vyvolané otáčením rotoru a pro potřeby odvození analytického tvaru rovnice lze zanedbat vliv tohoto typu proudění na průtok v axiálním směru⁵. Budeme tedy uvažovat, že tekutina je hnána především tlakovým spádem. Rychlost vyjádříme z Obr. 3.5 pomocí Bernoulliho rovnice (3.4) (Strýček, 1988) [14] jako funkci tlakového spádu vytvořeného na spáře (3.5) (Strýček, 1988) [14], přičemž zanedbáme počáteční rychlost tekutiny na vstupu do spáry a výškové rozdíly na délce spáry.



Obr. 3.5. Schéma těsnící spáry pro odvození Bernoulliho rovnice.

$$\frac{p_0}{\rho} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + Y_z \quad (3.4)$$

$$c_1 = \sqrt{2 \left(\frac{p_0 - p_1}{\rho} - Y_z \right)} \quad (3.5)$$

Tlak p_0 [Pa] je tlak na vstupu do spáry a p_1 [Pa] na výstupu ze spáry, kde také měříme rychlost c_1 v normálním směru na příčný průřez spáry. Je třeba uvažovat ztrátovou měrnou energii Y_z [J/kg], která se významnou částí podílí na výsledném průtoku.

Provedeme několik jednoduchých úprav. Rychlost c_1 označíme jako c_t , rozdíl tlaků jako Δp a člen $(-2Y_z)$ vyjádříme pomocí bezrozměrného součinitele průtoku μ (3.6) (Strýček, 1988) [14]. Tento součinitel lze vyjádřit jako funkci délky a výšky spáry, součinitele tření a čísla k , vyjadřujícího počet expanzních komůrek. Dále se zde vyskytují empiricky určené konstanty, které zohledňují ve vztahu vstupní a výstupní ztráty a přítomnost expanzních komůrek, viz (3.7) (Strýček, 1988) [14].

$$c_t = \mu \sqrt{2 \frac{\Delta p}{\rho}} \quad (3.6)$$

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cdot l}{2\delta} + 1,5 + 1,1 \cdot k}} \quad (3.7)$$

Kde μ – průtokový součinitel [–]

Δp – tlakový spád na spáře [Pa]

⁵ V kapitole 9 v rámci numerického řešení proudění ve spáře, si ukážeme, že vliv rotace hřídele má určitý vliv na velikost hmotnostního průtoku.

- λ – součinitel tření [–]
 l – délka těsnicí spáry [m]
 k – počet expanzních komůrek [–]

Průtokový součinitel nám nahrazuje vliv ztrát proudění na spáře a je tedy logické, že je funkcí veličin, které mají významný vliv na snižování průtočnosti spáry. Zároveň platí, že všechny tyto veličiny jsou dány přímo geometrickým tvarem spáry nebo konstrukční úpravou jejích ploch. Součinitel μ je tak možné chápat jako charakteristiku jednotlivých těsnících spár.

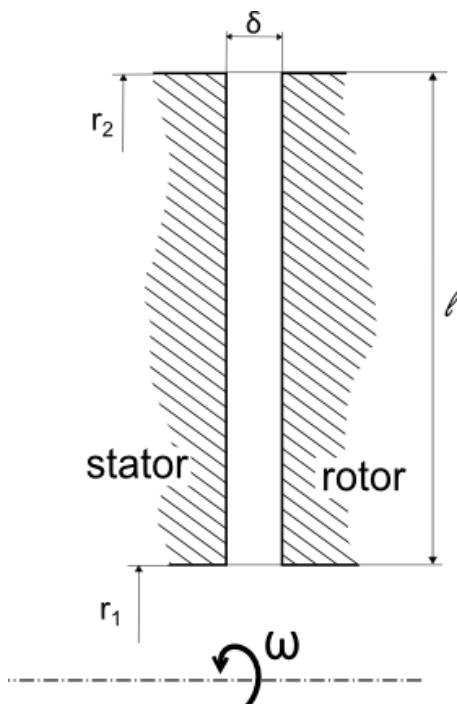
3.1.2 Axiální těsnicí spára [14]

Pro případ axiální těsnicí spáry (viz Obr. 3.6) je výpočet mírně modifikován na (3.8) a (3.9) (Strýček, 1988) [14]. Vliv úhlové rychlosti rotoru zde totiž vyvolává složku rychlosti v podélném směru spáry.

$$Q_m = \rho \cdot 2\pi \cdot r_1 \cdot \delta \cdot \mu \sqrt{2 \frac{\Delta p}{\rho}} \quad (3.8)$$

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cdot l \cdot r_1}{2\delta \cdot r_2} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} + 0,5} \quad (3.9)$$

Kde r_1 [m] je vnitřní poloměr těsnicí spáry a r_2 [m] odpovídá vnějšímu poloměru spáry.



Obr. 3.6. Axiální těsnicí spára s expanzní komůrkou v radiálním řezu.

3.2 Snižování průtoku a ztráty proudění na spáře

Rozeberme nyní podrobně faktory mající vliv na vytváření ztrát v těsnící spáře. Budou jimi geometrie spáry a její povrchová úprava definovaná součinitelem tření.

3.2.1 Vliv geometrie spáry na průtočnost

Ze samotné definice *Poiseuilleova* proudění a z rovnice (3.6) je patrné, že průtočnost spárou bude závislá na velikosti tlakového spádu vytvořeném na spáře. Pokud by tlaky před i za spárou byly totožné, tekutina by neměla důvod téci v jakémkoliv směru a průtok by byl prakticky nulový. To však není příliš reálné, navíc samotný tlakový spád je spíše charakteristikou daného tekutinového stroje a podmínek, v kterých pracuje.

Dle zadání je naším cílem hledat optimální tvary těsnících spár a srovnat numerické výpočty s výpočty, dané ztrátovým součinitelem. Jinými slovy chceme zkoumat vliv geometrických parametrů spáry na průtočnost, kterou se snažíme minimalizovat. Z tohoto důvodu se bude v diplomové práci pracovat s konstantním tlakovým spádem a zkoumání bude podroben pouze vliv geometrie spáry na průtočnost.

Uvažujme nyní těsnící spáru bez expanzních komůrek ($k = 0$). Ze vztahu (3.7) plyne, že jedním ze způsobů, jak zvýšit ztráty (neboli snížit průtok) na spáře, je prodloužit délku těsnící spáry l . Je to účinný způsob, který má svá omezení. Prodloužení délky spáry vede totiž k nutnosti prodloužit také délku rotoru a příp. dalších komponentů stroje, což způsobí zvětšení rozměrů celého zařízení a tedy i nákladů na výrobu a v neposlední řadě to zvyšuje také nároky na přesnost výroby takového rotoru. Delší rotor totiž znamená i větší prohnutí rotoru během provozu a při menší výšce těsnící spáry se zvyšuje riziko kontaktu rotující a stojící části stroje.

Další metodou, jak zvětšit ztráty proudění, je snižovat samotnou výšku těsnící spáry. Čím užší štěrbiny dosáhneme, tím hůře bude tekutina procházet. Ze stejného důvodu, jako v předchozím případě, není však možné snižovat výšku spáry donekonečna bez ohledu na rostoucí riziko zadření. V praxi se běžně pohybuje výška těsnící spáry mezi $0,1\text{ mm}$ a $0,3\text{ mm}$. Záleží přirozeně na typu a zamýšlené aplikaci stroje.

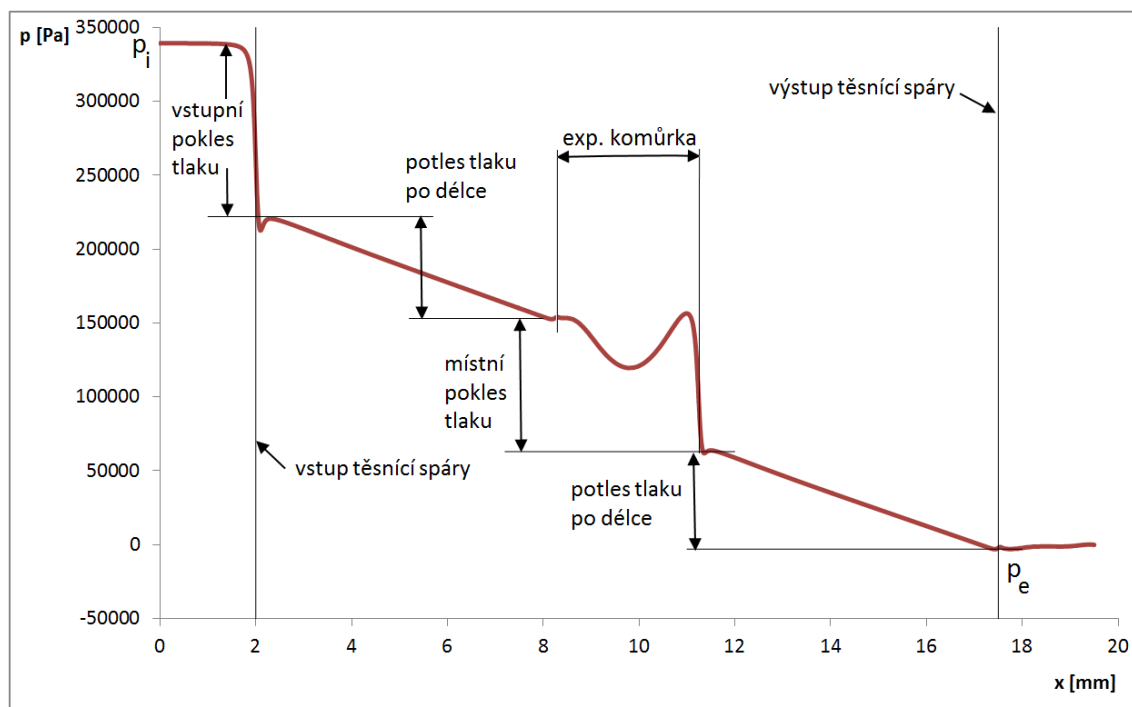
V dnešní době se často zkouší experimentovat také s expanzními komůrkami a ve vztahu (3.7) je jejich počet reprezentován veličinou k . Expanzními komůrkami se myslí tvarové rozšíření jinak rovné spáry za účelem vytvoření složitějšího průtočného prostoru, který by proudění odebral tlakovou měrnou energii (viz Obr. 3.7) a způsobil by tak snížení průtoku média těsnící spárou.

3.2.2 Vliv součinitele tření

Na Obr. 3.7 je vykreslen průběh statického tlaku po délce těsnící spáry na jejím středním poloměru s jednou expanzní komůrkou. Dle Obr. 3.7 lze rozdělit energetické ztráty způsobené těsnící spárou na tři základní typy: *vstupní ztráty*, *délkové ztráty* a *místní ztráty*.

Na vstupní části průběhu tlaku se projevuje také pokles v důsledku zúžení průtočného průřezu při vstupu do spáry, který lze popsat klasickou Bernoulliho rovnicí. Vlivem setrvačnosti se klesající tendence tlaku udržuje i za vstupem a k ustálení dochází až ve vzdálenosti cca δ od vstupu do spáry. Obdobně při výtoku ze spáry

dochází k mírnému nárůstu tlaku, způsobeného přechodem proudu ze spáry do většího prostoru.



Obr. 3.7. Průběh statického tlaku na středním poloměru těsnící spáry s uvažování přítomnosti jedné expanzní komůrky. Zdroj: vlastní tvorba, vytvářeno na základě Eskild Storteig [13] str. 10.

Výpočty délkových ztrát jsou z velké části odvozeny od výpočtů běžně používaných pro proudění v trubkách nebo mezi paralelními deskami. Pokles tlaku po délce vykazuje totiž obdobné vlastnosti pro všechny tyto případy. Na Obr. 3.7 vidíme, že i pro meziválcový průřez je pokles tlaku na rovných úsecích lineární funkcí délky, stejně jako např. u kruhového potrubí. Proto využijeme tvrzení pana Frank White (1998) [16], které říká, že vztahy pro výpočet součinitele tření λ definované pro proudění v potrubí, lze aplikovat i pro vedení s jiným libovolným průřezem a to s nepřesností $\pm 15\%$.

3.2.2.1 První způsob určení lambda pro známý průtok [9]

Využijme zmíněného předpokladu pana Frank White (1998) [16] a dále uvažujme proudění v hydraulicky hladkém potrubí. Součinitel tření λ , je poté funkcí pouze Reynoldsova čísla (3.12) a lze ho určit přímo z *Moodyho diagramu* např. pomocí vztahu dle Altšula (3.10) nebo Blasiusa (3.11) (Malěř 2008) [9].

$$\text{Altšul} \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,82 \log \frac{Re}{100} + 2 \quad 2,5 \cdot 10^3 < Re < 10^{12} \quad (3.10)$$

$$\text{Blasius} \quad \lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad 4 \cdot 10^3 < Re < 10^5 \quad (3.11)$$

$$Re = \frac{c_t \cdot D_h}{\nu} \quad (3.12)$$

Kde	ν	– kinematická viskozita [m^2/s]
	c_t	– střední axiální rychlost [m/s]
	D_h	– charakteristický rozměr těsnící spáry [m]

Charakteristický rozměr těsnící spáry se nejčastěji uvažuje roven dvojnásobku výšky těsnící spáry δ .

3.2.2.2 Druhý způsob určení λ pro známý průtok [13]

V průmyslovém odvětví byl pro potrubí odvozen panem *Colebrookem* vztah pro výpočet tzv. *friction factor*, který byl později zjednodušen na explicitní tvar (3.13) (Storteig 1999) [13] panem *Moodym* 1944. *Friction factor* je v podstatě ekvivalent našeho známého λ , oba dva jsou totiž funkcí povrchové úpravy materiálu a charakteru proudění.

Často se setkáme s tzv. *Fanningovým* tvarem *friction factor*, ve kterém je zapsána i rovnice (3.13), pro který platí, že $\lambda = 4f$.

$$f = 5.5 \cdot 10^{-3} \left[1 + \left(\frac{2 \cdot 10^4 e}{D_h} + \frac{10^6}{Re_z} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.13)$$

Z rovnice (3.13) vyplývá, že *friction factor* je funkcí relativní drsnosti $\frac{e}{D_h}$ [–], která se pohybuje mezi 0 a 0,05, charakteristického rozměru D_h [m] a axiálního Reynoldsova čísla Re_z [–] v rozmezí 4000 až 10^7 . Přídomek *axiální* zde pouze slouží k odlišení od radiálního Reynoldsova čísla, které je definováno pro obvodovou složku rychlosti a počítá se standardně dle (3.12).

Veličina ν [m^2/s] je poté kinematická viskozita a c_t [m/s] je střední hodnota axiální rychlosti proudění.

3.2.2.3 Třetí způsob určení λ pro známý průtok [13]

Další způsob je odvozen z experimentu prováděného na těsnících spárách pány Black a Cochrane pro axiální Reynoldsova čísla (3.12) v rozsahu 4000 až 14000, kterým bylo určeno, že *friction factor* pro hladkou těsnící spáru lze popsat rovnicí (3.14) (Storteig 1999) [13], jejíž koeficienty byly upřesněny panem Yamada.

$$f = 0,079(Re_z)^{-0,25} \quad (3.14)$$

Opět zde mluvíme o *Fanningově* tvaru a součinitel tření je tedy čtyřnásobkem hodnoty *friction factor*.

3.2.2.4 Čtvrtý způsob určení λ pro známý průběh tlaku a průtok [13]

Za předpokladu, který zavedl Frank White (1998) [16], vyjdeme z upravené Bernoulliho rovnice (3.15). Kde rozdíl tlaků p_i a p_e představuje tlakový spád Δp [Pa], ξ_i [–] je součinitel vstupních ztrát, ξ_e [–] součinitel výstupních ztrát a ξ_k [–] součinitel

místních ztrát na expanzní komůrce. Poslední člen v závorce $\lambda \frac{l}{d}$ představuje součinitel délkových ztrát pro potrubí délky l [m] a vnitřního průměru d [m].

$$p_i - p_e = (\xi_i + \xi_e + \xi_k + \lambda \frac{l}{d}) \rho \frac{c_t^2}{2} \quad (3.15)$$

Dále sepíšeme rovnici (3.16) vycházející z Storteig Eskild (1999) [13]. Člen $4f \frac{l}{2\delta}$ opět představuje součinitel délkových ztrát, tentokrát vyjádřený ve *Fanningově* tvaru.

$$p_i - p_e = (\xi_i + \xi_e + \xi_k + 4f \frac{l}{2\delta}) \rho \frac{c_t^2}{2} \quad (3.16)$$

Porovnáním (3.15) a (3.16) opět nalezneme vztah mezi *friction factor* a součinitelem λ (3.17), známý jako *Fanningův* tvar a také vztah mezi d a 2δ (3.18). Průměr potrubí d lze spíše chápat jako charakteristický rozměr domény, který v případě meziválcového průřezu nabývá dvojnásobku výšky mezery mezi válci.

$$4f = \lambda \quad (3.17)$$

$$2\delta = d \quad (3.18)$$

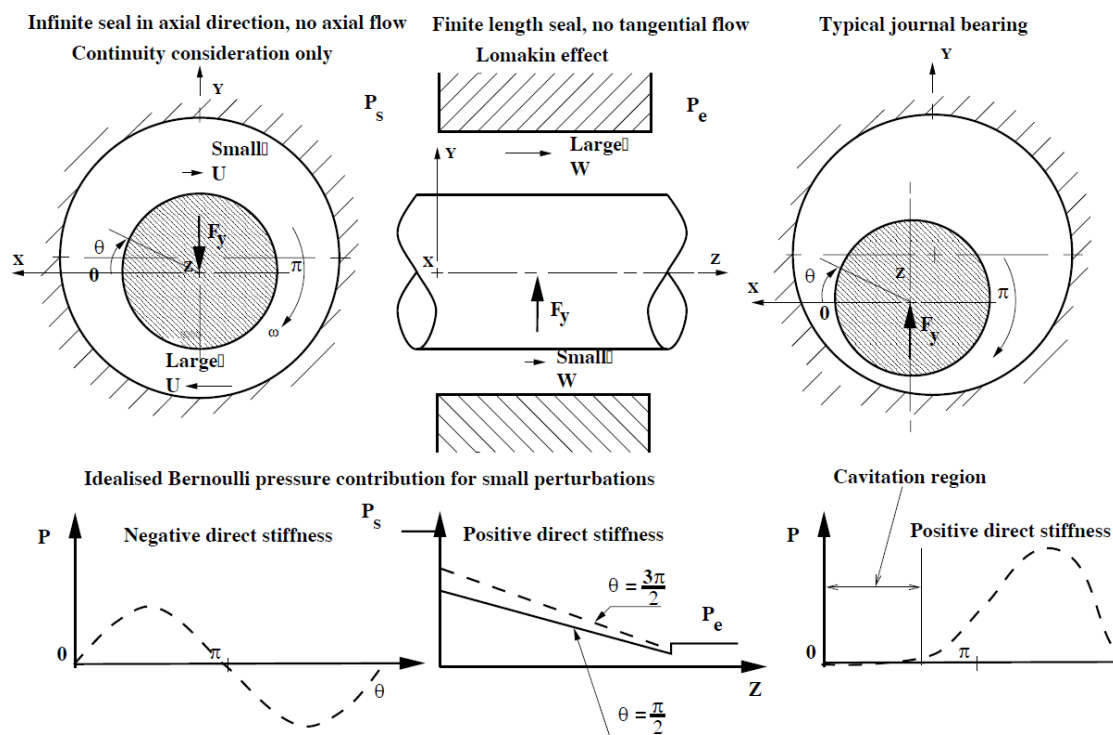
Pokud poté nebudeme uvažovat vliv vstupních, místních a výstupních ztrát, lze z rovnice (3.15) a (3.18) odvodit vztah pro výpočet součinitele tření λ (3.19).

$$\lambda = \frac{\Delta p}{\rho c_t^2} 4 \frac{\delta}{l} \quad (3.19)$$

3.3 Vliv proudění na tlakové pole [11] [13]

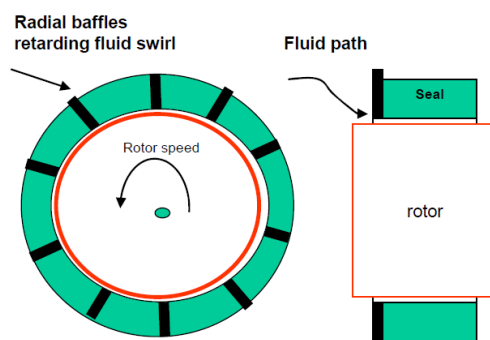
Uvažujme pro ideální proudění tři různé případy spár: nekonečně dlouhou těsnící spáru bez axiální složky rychlosti, konečně dlouhou těsnící spáru bez tangenciální složky rychlosti a radiální kluzné ložisko (viz Obr. 3.8). Ruský inženýr *Lomakin* v roce 1958 zdokumentoval samovystředňovací schopnost vysokotlakých těsnících spár, která je dnes často označována jako *Lomakinův* jev (Storteig Eskild 1999) [13]. Při aplikování Bernoulliho rovnice na obvodový směr těsnící spáry bez axiálního proudění vzniká radiální síla způsobující zmenšování spáry mezi rotorem a statorem. *Lomakinův* jev je vytvářen axiálním prouděním, které v důsledku nižší rychlosti v místě zmenšujícího se průřezu navyšuje tlak a působí proti vychylování rotoru.

Toto zjednodušené vysvětlení nelze aplikovat na případ kluzných ložisek z několika důvodů. Kluzná ložiska mají obvykle zanedbatelnou axiální složku proudění a *Lomakinův* jev je tedy zanedbatelný. Dále pracují při menších tlacích, často také kavitují a velká excentricita rotoru vytváří klínovitý prostor, který ovlivňuje tlakový gradient. V neposlední řadě musíme uvažovat produkci tepla v rámci ložiska.



Obr. 3.8. Zjednodušené proudění pro nekonečně dlouhou těsnicí spáru (bez axiální složky rychlosti proudění), těsnicí spáru bez tangenciální složky proudění a kluzné ložisko. Dolní řada grafů znázorňuje průběh tuhosti. Zdroj: Eskild Storteig [13] str. 22.

Právě z důvodu dynamiky spáry a existence Lomakinova jevu je snaha eliminovat vliv předrotace kapaliny, která vstupuje do spáry, abychom snížili obvodovou složku rychlosti. To lze provést např. instalací tzv. *anti-swirl brake* (San Andrés 2009) [11], což lze popsat jako soustavu mechanických přepážek eliminujících tangenciální složku rychlosti na vstupu do spáry (Obr. 3.9).



Obr. 3.9. Tzv. *anti-swirl brake*, radiální přepážky zastavující rotaci kapaliny na vstupu do těsnicí spáry. Zdroj: Dr. Luis San Andrés [11], str. 10.

Ve snaze vylepšit zároveň těsnicí vlastnosti a dynamiku spár, byla vytvořena těsnicí spára s tzv. *honeycomb* makro texturou (Bearings Plus, Inc., 2013) [1] (San Andrés, 2009) [11], která eliminuje jak axiální, tak tangenciální složku rychlosti (Obr. 3.10). Tento typ těsnění našel dobré uplatnění u vodních i plynových strojů.

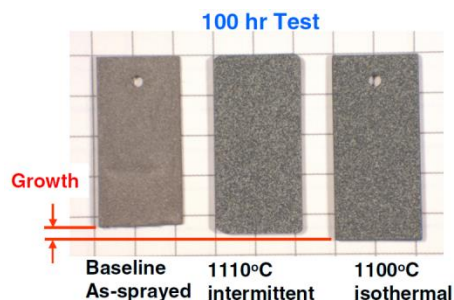


Obr. 3.10. Segment těsnící spáry s detailem na makrostrukturu povrchu, označovanou jako *honeycomb texture*. Zdroj: CFD Online [2].

3.4 Budoucí vývoj v oblasti těsnících spár [12]

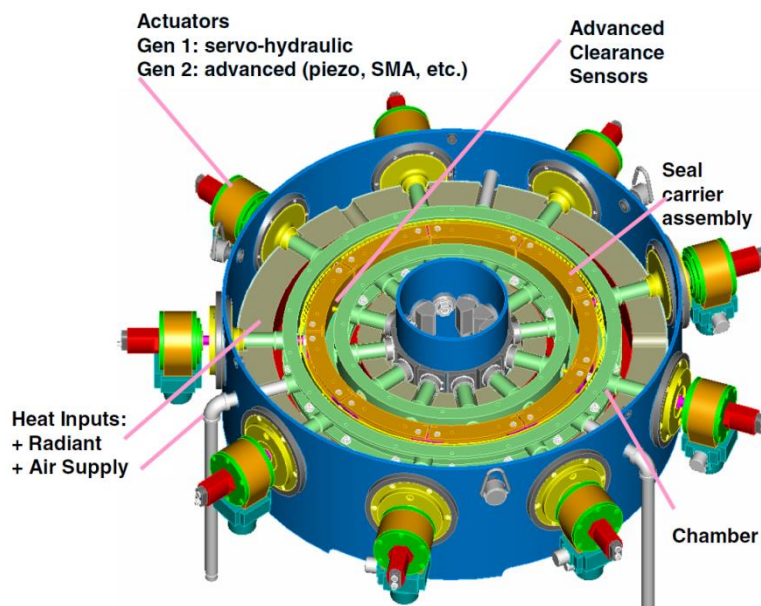
Snaha zdokonalit se v porozumění proudění a samotné konstrukci spár neustává ani dnes. Požadujeme menší netěsnosti při dynamicky obtížnějších podmínkách. Stroje operují s novými, citlivějšími tekutinami a za vyšších teplot. To vše je umožněno pouze díky neustálému technologickému vývoji. Uvádím zde dva přístupy, vedené společností *NASA GLENN RESEACRH CENTER – SEAL DEVELOPMENTS*, které naznačují, jakými možnými směry se dnes vývoj ubírá.

První z přístupů se specializuje na problémy s rostoucím únikem kapalin, způsobeným otěrem ploch těsnící spáry a následným zvětšením průtočného průřezu. Jako řešení se studuje tzv. *re-grow* schopnost materiálu (Obr. 3.11). Tento materiál je speciálně navržen tak, aby působením svého okolí „dorůstal“ s obdobnou rychlostí, s jakou dochází k otírání ploch spáry (Steinetz 2003) [12].



Obr. 3.11. Materiál s vlastností *re-grow*, který např. působením tepla svým rozpínáním kompenzuje ztrátu materiálu, způsobenou otěrem. Zdroj: Bruce Steinetz, NASA [12].

Druhý přístup se týká aktivní kontroly velikosti spáry mezi rotorem a statorem využitím hydraulických servopohonů se zpětnou vazbou od tlakových čidel rozmístěných v prostoru těsnící spáry (Obr. 3.12) (Steinetz 2003) [12]. Tímto se dosáhne menšího rizika zadření v přechodových režimech provozu a je možné zavést menší výšku těsnící spáry. Tato technologie je přirozeně uplatnitelná i pro kluzná ložiska.



Obr. 3.12. Aktivní kontrola výšky spáry za pomoci hydraulických servopohonů a tlakových čidel.

Zdroj: Bruce Steinetz, NASA [12].

4 Numerické řešení – kalibrace softwaru

V této diplomové práci se využívá zejména numerické řešení proudění. Ačkoliv je to v dnešní době již velice oceňovaný přístup, rozhodně se nejedná o náhradu praktického experimentu. Programy typu FLUENT či CFX se uplatnili zejména jako prostředníci mezi analytickým řešením, experimenty a finální konstrukcí komponent.

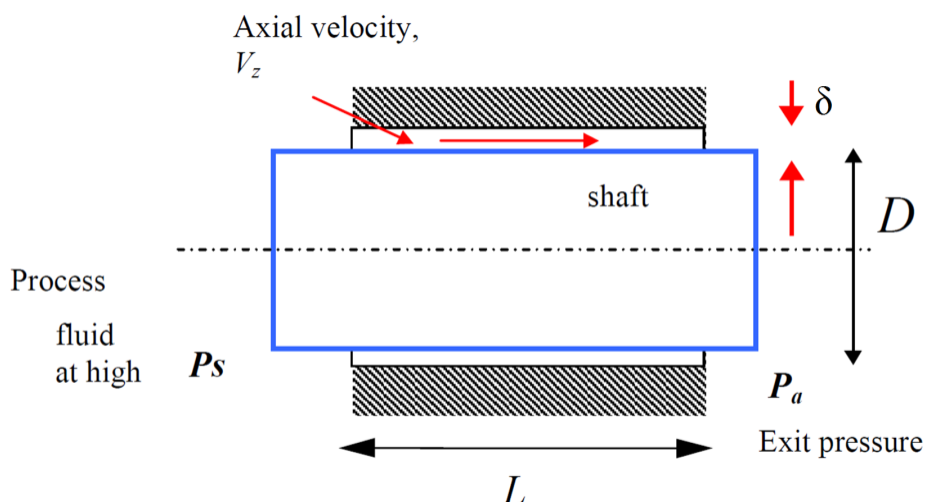
Za pomoci programu FLUENT a GAMBIT, ve kterém byly vytvářeny výpočetní sítě, budeme analyzovat proudění a sledovat fyzikální veličiny způsobem, jaký by byl v praxi obtížně proveditelný. Odpadá řada potíží s měřením tlaku, rychlostí či tvaru proudnic, ale jako každý silný nástroj potřebuje také vhodnou manipulaci. Zde jsou tím myšleny např. vstupní data, která zadáváme, diskretizace domény a v neposlední řadě i volba modelu proudění.

Správnost numerického výpočtu záleží také na způsobu tvorby sítě. Zde si ovšem musíme uvědomit, že i samotná síť se musí vytvářet s ohledem na charakter proudění, které teprve budeme simulovat. Měli bychom být schopni zachytit všechny podstatné jevy odehrávající se v doméně tak, aby to byl použitý model proudění schopen co nejlépe zpracovat.

Nejdůležitější otázkou je, zda se potýkáme s laminárním či turbulentním prouděním. Mezi nimi existuje velká řada rozdílů. Nás ovšem budou zajímat hlavně ty, které ovlivňují průtočnost těsnící spáry. Abychom zjistili, o jaký typ proudění se jedná, je nejspolehlivější mít s danou modelovou situací vlastní zkušenosti nebo využít již existující numerické výpočty ověřené praktickým experimentem, tzv. „*test case*“ (testovací spára). My použijeme poslední zmíněnou možnost. Vytvoříme v programu GAMBIT a FLUENT podmínky co nejvíce totožné zvolenému experimentu a provedeme výpočet při uvažování laminárního a následně turbulentního proudění. Typ proudění, který vlastnostmi bude nejlépe odpovídat charakteru *test caseu*, bude i vhodným kandidátem na modelování našich zadání.

V dnešní době není těžké nalézt alespoň několik takových experimentů na téma těsnících spár, které jsou zároveň veřejně přístupné. Využijeme technické zprávy San Andrés (2009) [11] zkoumající vliv otáček rotoru na těsnící schopnosti spár a popisující základní dynamické jevy s nimi související.

Výhodou této zprávy je geometrický tvar testované těsnící spáry, který je velice blízký rozměrům, se kterými budeme později pracovat i my a otáčky rotoru jsou dokonce totožné (viz Obr. 4.1; Tab. 4.1). Tuto blízkou shodu vítáme, zlepšuje totiž míru uplatnění kalibrace softwaru na naše budoucí těsnící spáry.



Obr. 4.1. Schéma těsnící spáry na řezu.
Zdroj: Dr. Luis San Andrés [11], str. 3.

Zadané parametry		
$\Delta p = p_s - p_a$	34,4 bar	tlakový spád
D	152,4 mm	průměr rotoru
L	30,48 mm	délka spáry
n	3600 rpm	Otáčky rotoru
δ	0,19 mm	Výška spáry
t	30 °C	teplota
α	0,5	Předrotace na vstupu

Tab. 4.1. Rozměry a okrajové podmínky těsnící spáry

Velikost α představuje míru předrotace kapaliny na vstupu, konkrétně jde o poměr obvodové rychlosti hřídele k obvodové složce rychlosti na vstupu do domény.

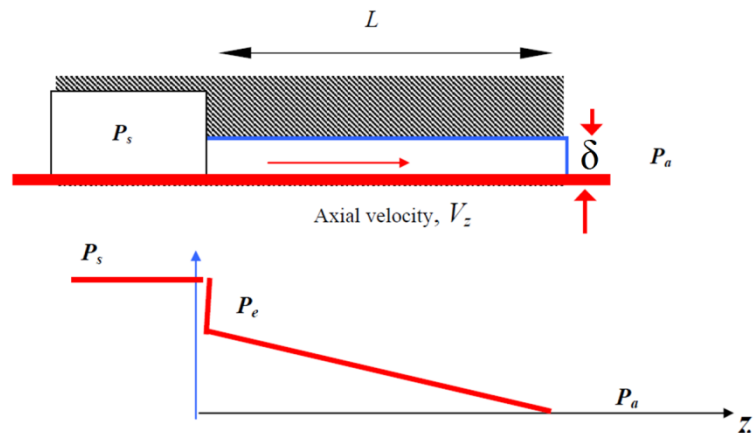
Rotace hřídele je udána v *rpm*, otáčkách za minutu a snadno je přepočteme na úhlovou rychlost otáčení (4.1).

$$\omega_r = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot \frac{3600}{60} \doteq 377 \text{ rad/s} \quad (4.1)$$

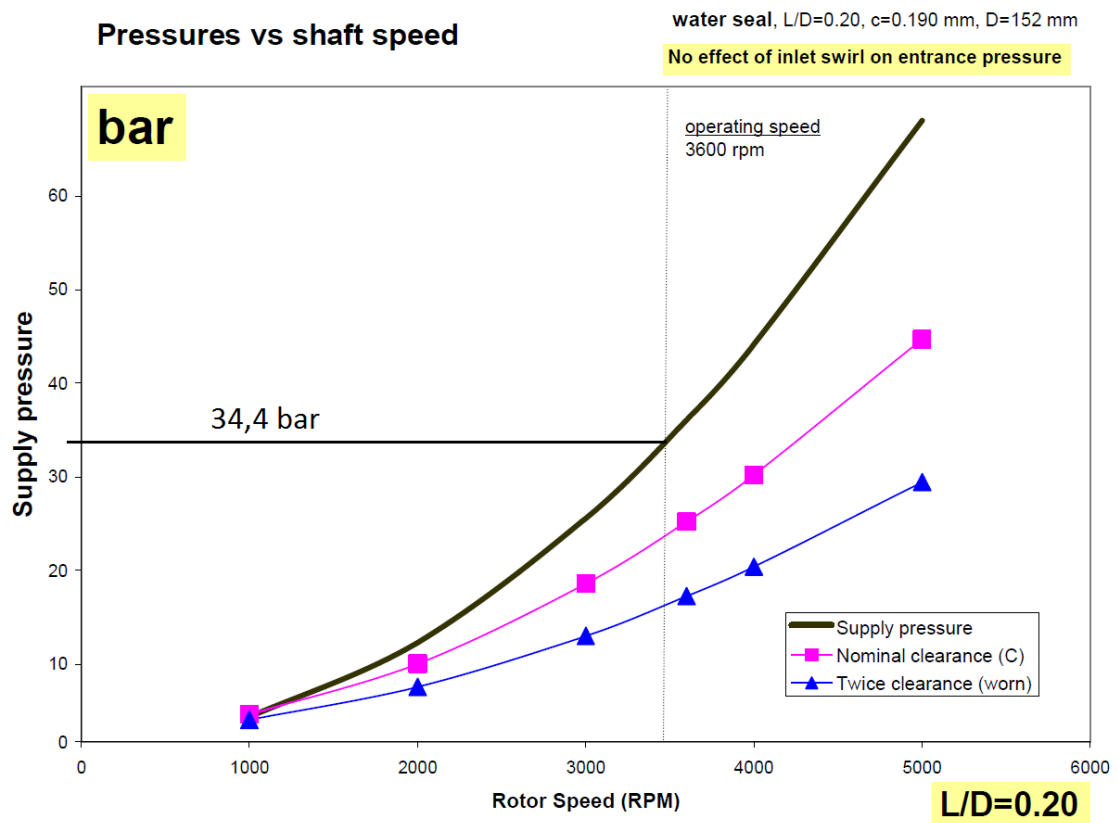
Známe již takřka vše, abychom byli schopni experiment reprodukovat. Neznáme pouze rozměry domény před a za spárou, které by simulovaly v porovnání s rozměry spáry nekonečně velký okolní prostor. Tato část geometrie je důležitá, jelikož na přechodu z okolního prostoru do spáry resp. ze spáry do okolního prostoru se odehrávají vstupní resp. výstupní energetické ztráty proudění.

Při pohledu na Obr. 4.2 se nabízí dva možné způsoby jak tento nedostatek vyřešit. Jedním z nich je využít informaci o velikosti statického tlaku p_e (entrance pressure) za vstupem do spáry dle Obr. 4.3 (křivka *nominal clearance*). Definovali bychom tak alespoň přibližně okrajové podmínky na úrovni vstupu přímo do spáry, které v sobě již zahrnují vstupní ztrátu a nebylo by již nutné modelovat vstupní doménu. Navíc vzhledem k tomu, že na výstupu ze spáry v důsledku výtokových ztrát nedochází k významné regeneraci tlaku (viz Obr. 3.7), bylo by možné zanedbat i výstupní doménu.

Výpočetní geometrie spáry by poté byla reprezentována jednoduchým obdélníkem, představující tvar spáry na radiálním řezu.



Obr. 4.2. Průběh statického tlaku po délce spáry.
Zdroj: Dr. Luis San Andrés [11], str. 4.



Obr. 4.3. Závislost statického tlaku před spárou (*supply pressure*) a za vstupem do spáry (*entrance pressure* – křivka *nominal clearance* a *twice clearance*).
Zdroj: Dr. Luis San Andrés [11], str. 11.

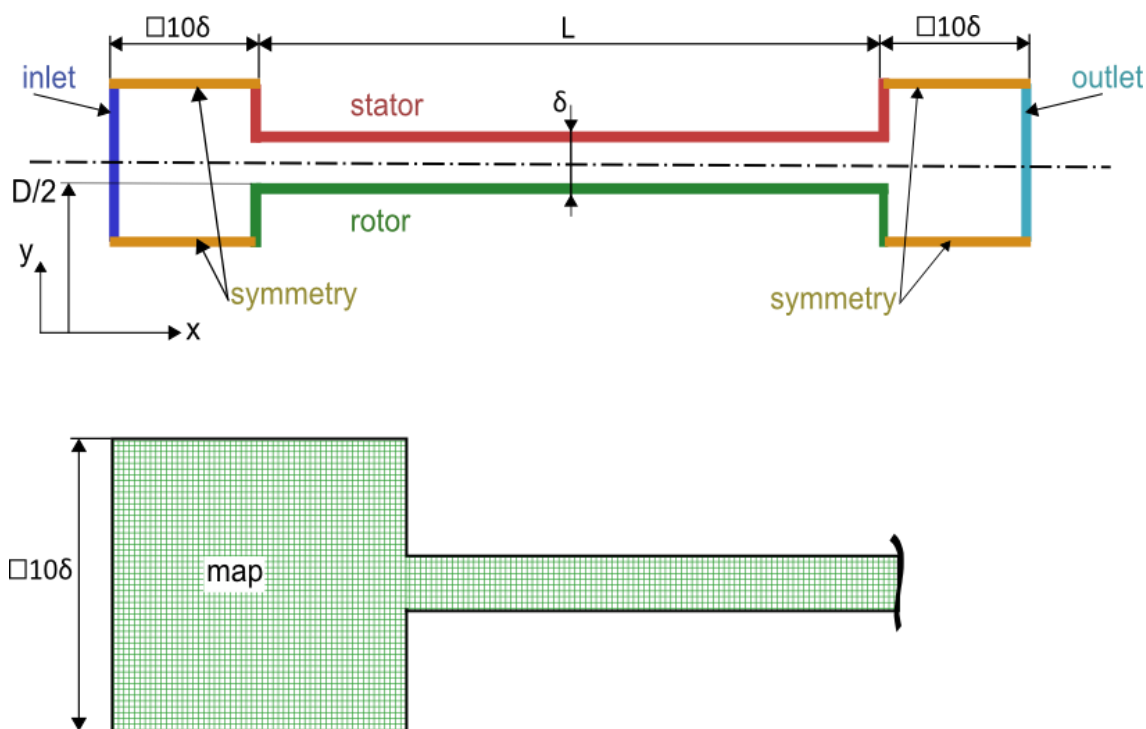
Druhou variantou je pokusit se usoudit na tvar vstupní a výstupní domény. Těsnící spáry mívají obecně dva tvary vstupní oblasti zobrazené na Obr. 3.3. Zaprvé, jedná se o průběžný a v porovnání se spárou nekonečně dlouhý rotor a dále poté rotor délky odpovídající délce spáry. Na Obr. 4.2 jsou prakticky patrné obě dvě možné ztvárnění domén.

Je nutné si uvědomit, že první varianta je při posouzení způsobu definice tlaku ošemetná. Nevíme, kde přesně byl tlak měřen a vzhledem k obtížnému měření tohoto tlaku v praxi si nemůžeme být ani jisti, že byl změřen správně. Dále se v místě měření již mohou propagovat dynamické jevy proudění způsobené vstupním zúžením, které bychom zanedbáním vstupní domény nepostihli.

Z těchto důvodů využijeme druhou zmíněnou variantu a vstupní a výstupní doménu vytvoříme dle Obr. 3.3 varianta a), která odpovídá všeobecnějšímu typu domény. Zároveň platí, že tento typ vstupní a výstupní geometrie se v praxi často používá pro simulaci rozměrného okolního prostředí.

4.1 Příprava v programu GAMBIT

Samotná těsnící spára nepředstavuje složitý tvar. Pro zjednodušení uvažujeme nulovou excentricitu rotoru a jedná se tedy o osově symetrickou geometrii, kterou lze simulovat jako 2D úlohu. Vlastní těsnící spáru budeme modelovat jako obdélník o rozměrech $L \times \delta$ posunutý o $D/2$ ve směru osy y , protože budeme uvažovat rotační symetrii okolo osy x . Dále budou spáře přidruženy domény tvaru čtverce s charakteristickým rozměrem $10 \cdot \delta$. Tento rozměr zaručuje zanedbatelnost výšky spáry vůči rozměrům domény pro správnou simulaci vtoku kapaliny do spáry z velkého prostoru a následného výtoku do velkého prostoru.



Obr. 4.4. Schéma geometrie a detail výpočetní sítě těsnící spáry v programu GAMBIT.

Jednotlivým stěnám přiřadíme okrajové podmínky plus jednu podmínku pro vnitřek domény. Jejich výpis je uveden níže:

- inlet – pressure inlet
- outlet – pressure outlet
- stator – wall stator
- rotor – wall rotor
- symmetry – symmetry
- vnitřek domény – fluid

Je vhodné rozlišovat horní statorovou a dolní rotorovou stěnu, protože budeme později přidělovat rotoru úhlovou rychlost reprezentující otáčky čerpadla. Podmínka *symmetry* představuje stěnu bez tření, tj. stěna na které nedochází k ulpívání kapaliny a tedy i tvorbě ztrát třením. Jedná se o standardní přístup k modelování rozměrné vstupní a výstupní domény, pokud chceme modelovat proudění bez vlivu těchto stěn na tvorbu ztrát.

Na Obr. 4.4 je patrná i síť typu *map* s celkovým počtem 3880 buněk a následujícími rozložením:

- inlet, outlet, symmetry (kóta $10 \cdot \delta$) – 40 nodes , successive ratio = 1
- stator, rotor (kóta L) – 250 nodes, bi-exponent 0.63
- výška spáry (kóta δ) – 5 nodes, successive ratio = 1

Vybrali jsme síť typu *map*, která je pro takto jednoduchou geometrii ideální a zajišťuje předpoklad rychlé a stabilní konvergence. Její kvalita je definována takto:

- minimum orthogonal quality = 9.99600 e-01
- maximum aspect ratio = 8.04769 e+00

Podmínky *pressure inlet* a *pressure outlet* jsou voleny s ohledem na řešený problém. Není možné, abychom předepisovali rychlostní typ podmínky, pokud chceme zkoumat průtočnost těsnící spáry, která přímo souvisí s axiální rychlostí ve spáře. Průtok nám vyjde až výpočtem na základě tlakového spádu, který zadáváme hodnotami tlaku na vstupu a výstupu.

4.2 Kalibrace programu FLUENT

Nyní se zaměříme na konfiguraci programu FLUENT. To je další zásadní krok pro dobře zvládnutou simulaci experimentu. Pokud nebude řečeno v textu jinak, budeme využívat při výpočtech níže popsané nastavení:

- **2D úloha** – pro případ kruhových koaxiálních spár (nulová excentricita)
- **General**
 - *Pressure-based model* – předpokládáme nestlačitelnost kapaliny
 - *Steady* – jedná se o silně stacionární úlohy. (při zkoumání nestacionárního výpočtu je vliv změny v čase i při relativně nízkém časovém kroku $T = 0,005$ s zanedbatelný)
 - *Axisymmetric swirl* – předepisujeme rotační symetrii okolo osy x . Pro 2D úlohy je osa x defaultní osa symetrie resp. rotace.

- **Models**

- *Multiphase – off*. Uvažujeme pouze jednofázové proudění. Žádná přítomnost dalších kapalin či par.
- Neuvažujeme přenos tepelné energie.
- *Viscous* – a) turbulentního proudění: *K-epsilon (2 eqn), realizable, Non-Equilibrium wall function*
b) laminárního proudění: *Laminar*

Vidíme, že za model proudění jsme zvolili *laminar* pro výpočet laminárního případu proudění a turbulentní model *k-epsilon, realizable, non-equilibrium wall function*, který je vhodným kandidátem pro první aproximaci zadání turbulentním přístupem. Kombinuje v sobě totiž stabilní konvergenci, nízkou výpočetní náročnost a především širokou škálu působnosti. Lze s ním počítat mnoho různých zadání s obstojnými výsledky, proto se také občas nazývá *first choice model*, a je tedy více než příhodné ho využít i pro naši těsnící spáru jako zástupce turbulentních modelů. Stručná charakteristika tohoto typu *k-epsilon* modelu je v *příloze A*. Neměli bychom ho využívat v případě, že bude docházet k silnějšímu odtržení proudu, které by vedlo k intenzivnímu zavíření. Taková situace si vyžaduje lepší model turbulentního proudění, než jaký je *k-epsilon* schopen poskytnout, protože je příliš zatlumující a k odtržení dochází později za extrémnějších podmínek než ve skutečnosti. Je ale rozumné předpokládat, že v případě těsnících spár takové okolnosti často nenastanou.

Výpočetní síť, kterou jsme vytvořili v předchozí podkapitole se řídí podmínkami použití turbulentních modelů sepsaných v *příloze A*, konkrétně poté podmínkou (A.8).

Další nastavení, která musíme v programu FLUENT provést, jsou uvedena níže:

- **cell zone condition** – *fluid* (vnitřek domény). Médium *water – liquid (H₂O)*
- **boundary condition** – nastavíme vlastnosti okrajových podmínek
 - *wall stator* – ponecháme jako *stationary wall*
 - *wall rotor* – přiřadíme rotaci *377 rad/s* viz (4.1)
 - *inlet* – pro případ turbulentního modelu proudění viz *příloha 1*.
Pro laminární viz *příloha 2*.
 - *outlet* – *gauge pressure = 0 Pa* (statický tlak na výstupu, ke kterému vztahujeme statický přetlak na vstupu).
Pro případ turbulentního modelu viz *příloha 1*.
- **reference values** – 303,15 K (20° C)

V *příloze 1* a *2* si lze povšimnout údajů, které jsou zatím neopodstatněné. Jedná se především o velikost totálního tlaku na vstupu, dále poté složky vektoru vstupní rychlosti a definice turbulence. Vše má své logické opodstatnění, které si vysvětlíme v následujících podkapitolách.

Veškeré výpočty byly prováděny s následujícím nastavením *Solution methods*:

- na začátku výpočtu:
 - momentum – 1st order upwind
 - turbulence – 1st order upwind
 - pressure – standard

- pro zpřesnění výpočtu:
 - momentum – QUICK
 - turbulence – 2nd order upwind
 - pressure – standard

4.2.1 Definice turbulence v okrajových podmínkách

Turbulenci lze zadávat několika různými způsoby. Například Eskild Storteig (1999) [13] využívá veličiny *turbulentní kinetická energie* a *rychlost disipace turbulentní kinetické energie*. Provádí tak v programu CFX. V našem případě turbulenci definujeme *turbulentní intenzitou* a *hydraulickým průměrem*.

Intenzita turbulence byla zvolena 0,2 % díky zkušenostem doc. Ing. Pavla Rudolfa, Ph.D. z VUT FSI Brno. V případě, jako je náš, se často musíme obrátit na zkušenosti, které se opírají o mnohé výpočty. Dvě desetiny procenta intenzity turbulence představují rozumnou hodnotu, vyskytující se za takto definovaných podmínek. Změny ve velikosti intenzity v rámci procent, neměly postřehnutelný vliv na sledovanou průtočnost těsnící spáry.

Hydraulický průměr představuje největší rozměr víru, který se na vstupu může vyskytovat. Zde to zároveň představuje výšku těsnící spáry.

4.2.2 Definice tlaku v okrajových podmínkách

Nejdříve si popíšeme důvody, které vedly k zadání konkrétního totálního tlaku do vstupní tlakové okrajové podmínky.

CFD programy úzce spolupracují se zadáními z praxe. Je časté, že okrajové podmínky vstupující do výpočetního programu pocházejí z reálného měření na skutečném díle. Naší snahou je tyto podmínky co nejlépe popsat a následně zavést do výpočetního programu. Zde přichází menší obtíž při práci se softwarem FLUENT. Jedná se o zadávání statického tlaku jako okrajové podmínky. Z praxe získáme právě statické tlaky před a za těsnící spárou a potřebujeme je implementovat do výpočetního programu. Rád bych zde uvedl své zkušenosti, které mohou pomoci jiným uživatelům FLUENTu ve snaze zadat do okrajových podmínek statický tlakový spád.

Předem je vhodné říci, že v programu FLUENT nelze zadat statický tlakový spád. Standardním postupem pro typ úlohy, kde základním hnacím motorem je tlaková diference, je pro vstup do domény zvolit *pressure inlet* a pro výstup *pressure outlet*. Podmínka *pressure inlet* ovšem dovoluje zadávat pouze totální tlak. Neboli statický plus dynamický tlak, který je závislý na rychlosti proudění. Velikost rychlosti proudění ovšem ještě neznáme a vyjde až samotným výpočtem. Neznáme tedy ani velikost totálního tlaku. *Pressure outlet* na druhou stranu umožňuje přímo definovat statický tlak.

Toto jsou defaultně nastavené vlastnosti, na kterých byl FLUENT vystavěn. A snaží si je za všech okolností udržet, jak se ukáže na následujících příkladech.

- 1) Pokud přehlédneme menší nečestnost přístupu, stojí za úvahu vyzkoušet, jak by se choval výpočet se dvěma podmínkami *pressure outlet*, které pracují se statickým tlakem. FLUENT na základě rozdílu tlaku v obou podmínkách správně pochopí směr proudění, ale bohužel podmínku *pressure outlet*, kterou do domény vcházejí částice, změni na podmínku totálního tlaku.

- 2) Dalším způsobem je prohození podmínky *outlet* za *inlet*. Lze se totiž dočíst, že pokud podmínkou *pressure inlet* tekutina vytéká z domény, poté je chápána jako podmínka statického tlaku. Bohužel i v tomto scénáři podmínka, kterou tekutina do domény vstupuje (tedy *pressure outlet*), je chápána jako definice totálního tlaku.
- 3) Nyní případ, kdy zadáme do *pressure inlet* hodnotu totálního tlaku 0 Pa a do *pressure outlet* podtlak odpovídající potřebnému tlakovému spádu. V této situaci se na podmínce *pressure inlet* statický tlak dostane do záporných hodnot tak, aby v součtu s kladným dynamickým tlakem dávali celkově nulový totální tlak.

Zbývají dvě možnosti, které již opravdu fungují. Zaprvé, můžeme využít programu CFX, který stejně jako FLUENT spadá pod CFD (*computational fluid dynamics*) programy. Program CFX dokáže zadat statický tlakový spád přímo jako okrajovou podmínku. Platí však za tuto možnost horší konvergenčí.

Druhou možností je zůstat u programu FLUENT a statického tlakového spádu budeme dosahovat iteračním postupem. Pracujeme sice s lepší konvergenčí, ale výměnou za delší výpočetní čas.

V případě tenkých těsnících spár je vzhledem k extrémním rozdílům v rozměrech často náročné zajistit dobrou konvergenčí i s lepšími okrajovými podmínkami a modely proudění. Neschopnost vypočítat zadání, by pro nás mohla představovat velkou překážku. Proto budeme na následujících řádcích využívat poslední zmíněnou možnost iteračního výpočtu statického tlakového spádu v programu FLUENT.

Každý iterační výpočet musí mít stanovenou i svoji požadovanou přesnost, s jakou se dosahuje hledaného statického tlakového spádu. Velikost dovolené odchylky se odvíjí od důležitosti výpočtu, absolutní tlakové odchylce a vlivu takové odchylky na konkrétní zadání. V případě, že pracujeme s geometrií obsahující vstupní a výstupní domény se spokojíme s přesností na 99,7 %. Lze dosahovat i vyšších přesností, ale přítomnost domén způsobuje mírné nedodržení výstupní statické tlakové okrajové podmínky v řádu desítek Pa, což není mnoho, ale způsobuje to komplikace při iterování.

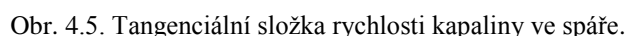
Konkrétní návod k iteraci statického tlaku je popsán v příloze B na zjednodušeném příkladu zde počítané těsnící spáry dle San Andrés (2009) [11], pro případ zanedbání vstupní a výstupní domény).

4.2.3 Definice rychlosti v okrajových podmínkách

Další důležitou podmínkou stanovenou v Tab. 4.1 byla předrotace kapaliny na vstupu do spáry s poloviční úhlovou rychlostí v porovnání s rotorem označované jako $\alpha = 0,5$ (pro $\alpha = 0$ voda vstupuje bez předrotace, pro $\alpha \neq 0$ má vektor nenulovou tangenciální složku). Je nutné předem znát unášivou rychlost rotoru, kterou vypočítáme dle (4.2).

$$v_{tg(rotor)} = \omega_r \cdot \frac{D}{2} = 377 \cdot \frac{0,1524}{2} = 28,73 \text{ m/s} \quad (4.2)$$

Velikost požadované tangenciální složky rychlosti poté můžeme odvodit z Obr. 4.8, kde je zobrazen nárůst tangenciální složky rychlosti v radiálním směru pro konstantní úhlovou rychlost $\omega_r/2$ (tedy $\alpha = 0,5$).

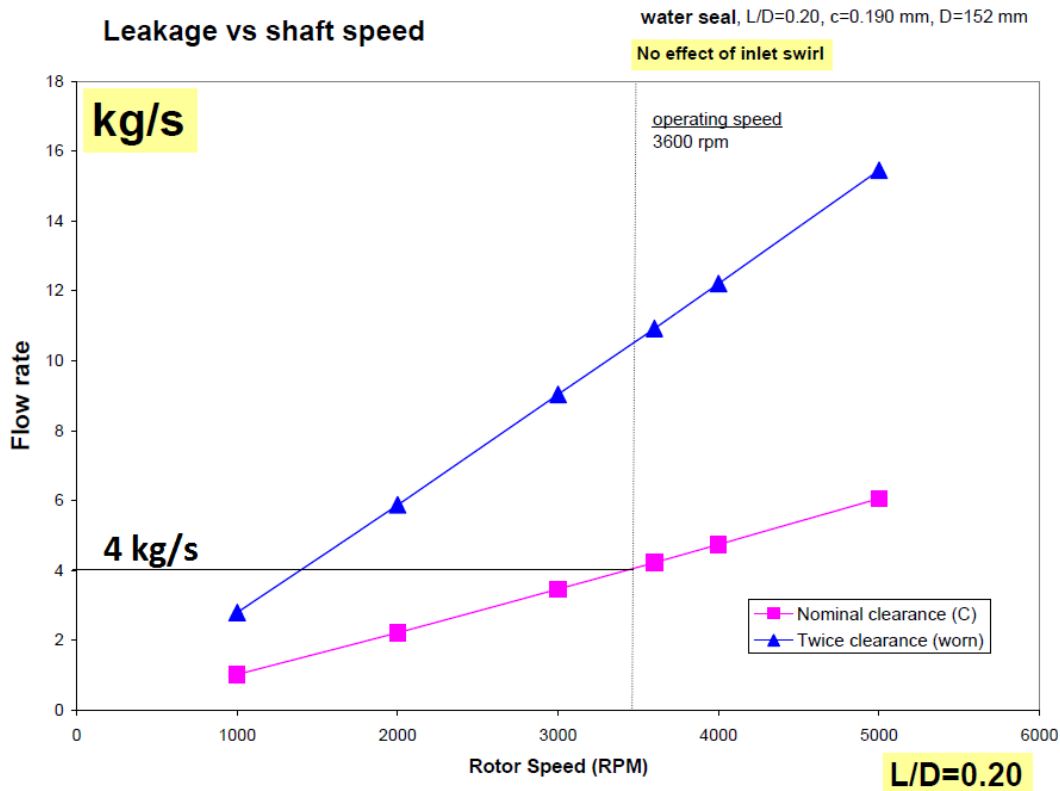

$$v_{tg} = \frac{\omega_r}{2} \cdot \frac{D}{2} = \frac{377}{2} \cdot \frac{0,1524}{2} = 14,36 \text{ m/s} \quad (4.3)$$

Tangenciální rychlost na vstupu budeme iterovat s přesností na 5 %, protože její vliv na průtočnost je na rozdíl od tlakového spádu výrazně menší

Cílem kapitoly 4 je stanovit nejvhodnější model pro popis proudění zaznamenaný experimentem San Andrés (2009) [11]. Protože je diplomová práce zaměřena z velké části na posuzování ztrátových průtoků spárami, bude nejdůležitějším kritériem pro posuzování vhodnosti modelu právě hmotnostní průtok spárou. Průtočnost těsnící spáry z experimentu dle San Andrés (2009) [11] je pro dané podmínky 4 kg/s viz Obr. 4.6.

Dodržením iteračního postupu sepsaného v *příloze B* nalezneme konečný tvar okrajových podmínek pro turbulentní (*příloha 1*) a laminární model (*příloha 2*). Pripomínám, že bylo důležité dodržet především statický tlakový spád a velikost předrotace kapaliny na vstupu (viz Tab. 4.1).

Po výpočtu proudění ve spáře za pomoci okrajových podmínek pro laminární a turbulentní proudění získáme výsledná data uvedená v Tab. 4.2. Z této tabulky vyplývá, že se nám podařilo s požadovanou přesností splnit okrajové podmínky statického tlakového spádu a také vstupní předrotace kapaliny. Nejdůležitější je pro nás prostřední sloupec, který popisuje hmotnostní průtok spárou. Laminární model dosahuje více jak desetinásobné procentuální odchylky v porovnání s turbulentním modelem. Odchylka turbulentního modelu se drží pod $0,1 \text{ kg/s}$, což je uspokojivý výsledek.



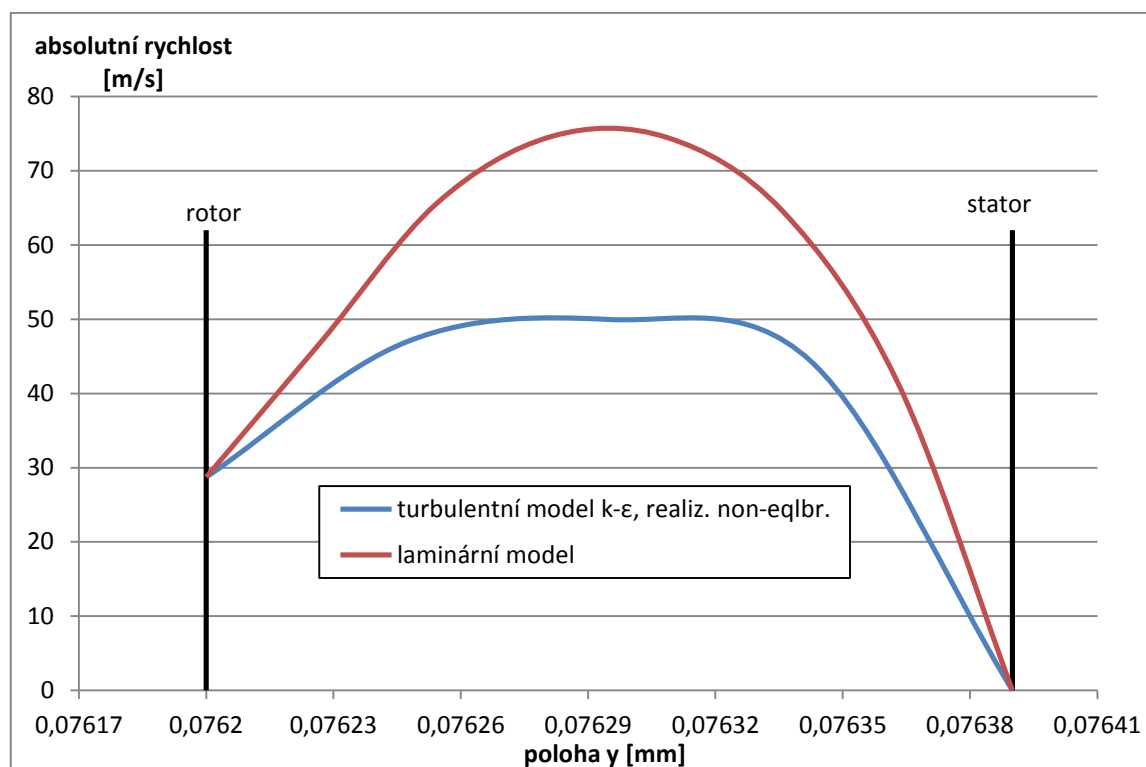
Obr. 4.6. Průtočnosti testovací spárou za daných podmínek (křivka *nominal clearance*). Zdroj: Dr. Luis San Andrés [11], str. 12.

Způsob výpočtu proudění	Statický tlakový spád na spáře [Pa]	Hmotnostní průtok spárou [kg/s]	Tangenciální rychlost na vstupu [m/s]
Zadání – testovací spára	3 440 000	4	14,36
k-epsilon, realiz., non-eqlbr wall function (turbulent flow)	3 439 556 [1,29 · 10 ⁻² %]	3,92 [2 %]	14,56 [1,4 %]
Laminar flow	3 440 043 [1,26 · 10 ⁻³ %]	4,91 [22,7 %]	14,01 [2,4 %]

Tab. 4.2. Porovnání turbulentního a laminárního modelu proudění s testovací spárou. V hranatých závorkách jsou uvedeny odchylky testovací spáry pro danou veličinu.

Pro jistotu zkontrolujeme ještě průběhy absolutních rychlostí pro oba modely, viz příloha 3. Pro vybraný úsek spáry s plně vyvinutým prouděním ($x=25$ mm) viz Obr. 4.7. Na Obr. 4.7 je dobře vidět typický rychlostní profil turbulentního proudění mající částečný charakter pístového profilu, na rozdíl od laminárního proudění, které má naopak parabolický tvar. Je nutné také připustit možnost, že tvar rychlostního profilu může být ovlivněn malým počtem buněk na výšku spáry.

Pro oboje proudění správně platí, že na okolním povrchu je rychlost totožná s rychlostí povrchu v důsledku ulpívání. Na statoru má tedy kapalina rychlost nulovou, zatímco na rotoru je rychlost 28,73 m/s odpovídající unášivé rychlosti rotoru dle (4.2).



Obr. 4.7. Profil absolutní rychlosti pro laminární a turbulentní model *k-epsilon*, *realizable, non-equilibrium wall function*.

Na základě těchto poznatků a především výsledků hmotnostního toku je zřejmé, že turbulentní model v porovnání s laminárním modelem dosahuje mnohem lepší shody s provedeným experimentem a lze ho tedy prohlásit za vhodnější přístup k modelování proudění těsnicí spáry.

Výsledek je také v souladu s výpočty prováděnými na jiných ústavech např. Storteig, (1999) [13].

Odchylka, s jakou jsme dosáhli hmotnostního průtoku, může být zapříčiněna např. těmito důvody:

- 1) geometrie výpočetní domény – na začátku úlohy jsme stanovili tvar vstupní a výstupní domény, který nebyl zadáním přesně definován. Je možné, že jiný tvar domény, např. dle Obr. 3.3 b), by vedl k lepším výsledkům.
- 2) model turbulence – pro první přiblížení jsme použili model *non-equilibrium wall function*. Ukázal se jako výhodnější v porovnání s laminárním modelem, ale má také svá omezení. V kapitole příloze A je vysvětleno, že děje probíhající v mezní vrstvě pouze aproximuje logaritmickým zákonem (A.7). Je proto možné, že došlo ke zkreslení chování mezní vrstvy a tedy i tlakové ztráty vzniklé na těsnicí spáře, která opět ovlivňuje průtok spárů.

Druhý zmíněný bod vede k otázce, zda by použití náročnějšího modelu turbulence nevedlo k lépe korespondujícím výsledkům. Dále tedy vezmeme v úvahu modely *LES*, *enhanced wall treatment*, *k-omega Standard*, *k-omega SST* a *transition SST*. Jejich stručný popis je v příloze A. Co se týče přístupu *LES*, je to především nestacionární

řešení, náročné nejen na síť, ale zejména také čas. V případě, že navíc potřebujeme každou úlohu iterovat, je krajně nevhodný. Zkusíme tedy využít zbylé zmíněné modely.

4.2.5 Porovnání turbulentních modelů

Modely turbulence, které jsme zmínili, vyžadují hustší rozložení sítě, než jak tomu bylo pro *non-equilibrium wall function*, aby bylo dosaženo podmínky dle přílohy A (A.4). Detail zhuštěné sítě o celkovém počtu buněk 190 000 je v příloze 4. Nejzákladnější údaje o síti jsou popsány níže:

- inlet, outlet (kóta $10 \cdot \delta$) – 60 nodes, successive ratio = 1
- stator, rotor (kóta L) – 2600 nodes, bi-exponent 0.63
- výška spáry (kóta δ) – 60 nodes

Pro vytvoření sítě byla použita také funkce *boundary layer (mezní vrstva)* aplikovaná na stěnu rotor a stator. Na vstupní a výstupní doménu byla použita síť typu *pave*, která nejen sníží počet nutných buněk sítě, ale také vykazuje lepší konvergenci než typ *map*.

V programu FLUENT provedeme další iterační výpočet dle přílohy B pro hustší rozložení sítě a následující modely turbulence:

1. *k-epsilon, realizable, enhanced wall treatment*
2. *k-omega, Standard (low-Re corrections, shear flow corrections)*
3. *k-omega, SST (low-Re corrections)*
4. *transition SST, roughness correlation (0 mm)*

Jednotlivá dodatečná nastavení modelů, zmíněná v závorkách, byla zvolena po přezkoumání jejich vlivu a s ohledem na kvalitní simulaci proudění v blízkosti stěny.

Opět budeme porovnávat zejména na základě hmotnostního toku těsnící spárou. V Tab. 4.3 je zaneseno porovnání mezi testovací spárou a použitými turbulentními modely proudění. V hranatých závorkách jsou uvedeny procentuální odchylky veličin od testovací spáry.

Způsob výpočtu proudění	Statický tlakový spád na spáře [Pa]	Hmotnostní průtok spárou [kg/s]	Tangenciální rychlost na vstupu [m/s]
Zadání – testovací spára	3 440 000	4	14,36
k-ε, realizable, non-equilibrium wall function	3 439 556 [1,29 · 10 ⁻² %]	3,92 [2 %]	14,56 [1,4 %]
k-ε, realizable enhanced wall treatment	3 439 700 [8,7 · 10 ⁻³ %]	3,91 [2,25 %]	14,35 [6,9 · 10 ⁻² %]
k-ω, Standard	3 440 422 [1,2 · 10 ⁻² %]	3,75 [6,25 %]	14,16 [1,4 %]
k-ω, SST	3 440 879 [2,5 · 10 ⁻² %]	3,77 [5,75 %]	14,52 [1,1 %]
transition SST	3 439 005 [2,9 · 10 ⁻² %]	4,34 [8,50 %]	14,24 [0,84 %]

Tab. 4.3. Porovnání turbulentních modelů proudění s testovací spárou. V hranatých závorkách jsou uvedeny odchylky testovací spáry pro danou veličinu.

Dle Tab. 4.3 můžeme říci, že s ohledem na odchylku je statický tlakový spád ve všech vyhodnocovaných případech je totožný. Podařilo se nám s velkou přesností taktéž aproximovat tangenciální složku rychlosti na vstupu do domény.

Modely $k-\epsilon$ pracovaly se stabilní konvergencí, kdy residua pro rovnici kontinuity dosahovaly hodnot nejméně $1 \cdot 10^{-6}$. Modely typu $k-\omega$ a *transition SST* se celkově chovaly s horší až výrazně horší konvergencí a velikost residuí pro rovnici kontinuity zpravidla neklesaly pod $1 \cdot 10^{-3}$. To přirozeně přispívá k výsledné odchylce a nespolehlivosti řešení, obzvláště pak při modelování tvarově složitějších spár s expanzními komůrkami.

Z výsledků v Tab. 4.3 vyplývá, že nejlépe byl praktický experiment podle San Andrés (2009) [11] simulován turbulentními modely $k-\epsilon$ typu *non-equilibrium wall function* a *enhanced wall treatment*. Rozdíl mezi nimi činí pouhý $0,01 \text{ kg/s}$. Jedná se o zajímavý výsledek vzhledem k velkému rozdílu počtu použitých buněk sítě mezi oběma modely.

Přesto, že výpočetní náročnost bude znatelně vyšší, ukazuje se, že vhodnějším modelem je typ *enhanced wall treatment* (tlakové okrajové podmínky modelu jsou v příloze 5). Buňky jeho sítě jsou dostatečně malé pro zachycení všech důležitých jevů odehrávajících se jak v mezní vrstvě, tak i v jádru proudu. **Vzhledem k výsledkům dosaženým u simulace testovací spáry a vlastnostem modelu je proto logické považovat model $k-\epsilon$ *realizable* – *enhanced wall treatment* za vhodný model pro výpočet proudění v těsnících spárách probíraných v této diplomové práci.**

V příloze 6 přikládám průběhy tangenciální a axiální složky rychlosti pro model *enhanced wall treatment*.

4.3 Vliv předrotace kapaliny na průtočnost

V San Andrés (2009) [11] se lze dočíst, že vliv předrotace kapaliny, dané veličinou α , na průtočnost těsnící spárou je zanedbatelný.

Pokud by se nám podařilo potvrdit toto tvrzení i na našem nastavení programu FLUENT, významně tím usnadníme iterační postup v jednotlivých případech. Stačilo by totiž na vstupu iterovat již jen jedinou veličinu – tlak.

Provedeme tedy ještě jeden výpočet na *testovací spáře* s modelem $k-\epsilon$ *realizable* – *enhanced wall treatment*, ale tentokrát pro $\alpha = 0$, tj. kapalina na vstupu má pouze axiální složku rychlosti. Řešení bylo nalezeno pro totální tlak $3\,444\,116 \text{ Pa}$ a v Tab. 4.4 je porovnáno s případem $\alpha = 0,5$.

α	mass flow [kg/s]
0,5	3,92
0	3,90

Tab.4.4. Vliv předrotace kapaliny na průtočnost těsnící spáry.

Vidíme, že rozdíl v průtočnosti je přibližně $0,5 \%$ neboli $0,02 \text{ kg/s}$. Vezmeme v povědomí, že velikost průtočnosti může být na této úrovni přesnosti ovlivněna i předrotací kapaliny a následující úlohy budeme počítat pro kapalinu bez předrotace, tj. $\alpha = 0$.

5 Vliv tvaru těsnící spáry na objemovou účinnost

V této kapitole se zaměříme na modifikaci geometrie těsnící spáry za pomoci expanzní komůrky. Naším cílem je najít takový typ komůrky, pro který při daných okrajových podmínkách, získáme nejmenší ztrátový průtok. Čím menšího průtoku totiž dosáhneme, tím vyšší získáme objemovou účinnost vodního stroje (5.1), která přímo souvisí i s účinností celkovou. Protože objemová účinnost závisí na celkovém průtoku strojem, který se odvíjí od pracovního bodu stroje, budeme posuzovat kvalitu těsnící spáry na základě ztrátového průtoku udávaném v jednotce kg/s .

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_z} \quad (5.1)$$

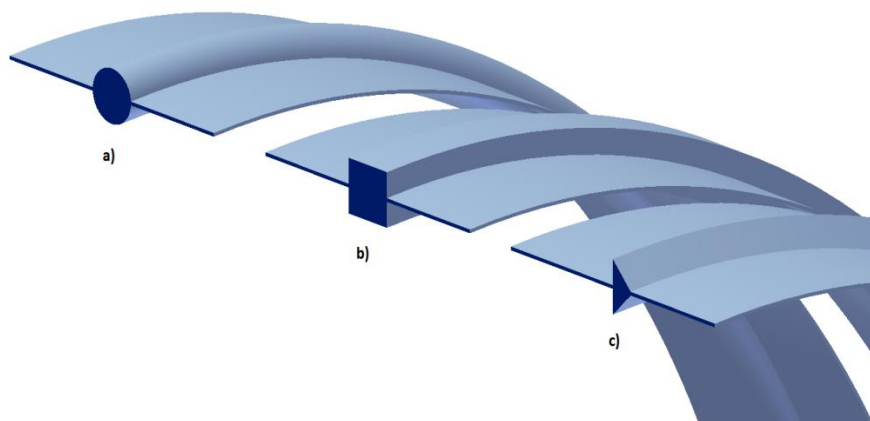
Kde η_v – objemová účinnost stroje [–]

Q – průtok vodním strojem [m^3/s]

Q_z – ztrátový průtok netěsnostmi [m^3/s]

Tvarů komůrky může být nespočet a jejich hlavní omezení je poměr cena/ztrátový výkon. Přibližně platí, že čím větší zavíření v komůrce nastane, tím lépe bude komůrka těsnit. To lze dobře zařídit narušením koherentnosti proudu nebo přímo odtržením proudu. Zde se zaměříme na nejzákladnější tvary expanzních komůrek, které jsou konstrukčně jednoduché a budeme pozorovat vliv modifikací jejich geometrie na velikost hmotnostního průtoku. Budeme je identifikovat podle tvaru komůrky, který vidíme v radiálním řezu těsnící spáry.

Výchozími tvary jsou tedy *kruh*, *čtverec* a *trojúhelník* (Obr. 5.1).



Obr. 5.1. Výchozí tvary expanzních komůrek: a) kruh b) čtverec c) trojúhelník. 3D model představuje protékající objem, ne samotné těleso těsnících kruhů.

Rozměry těchto tří komůrek lze vidět na Obr. 5.2. Kruhová komůrka je jeden z velice běžných tvarů a provedeme i studii vlivu velikosti kruhové komůrky na průtočnost a to pro průměry (2; 3; 4; 5) mm .

Expanzní komůrky jsou sice usazeny ve středu těsnící spáry, ale jedinou podmínkou je, aby komůrku dělila od vstupu resp. výstupu dostatečná ustalovací délka rovné těsnící

spáry. Musíme také zohlednit ponechanou mocnost okolního materiálu. Hlavní rozměr komůrek zůstává identický.

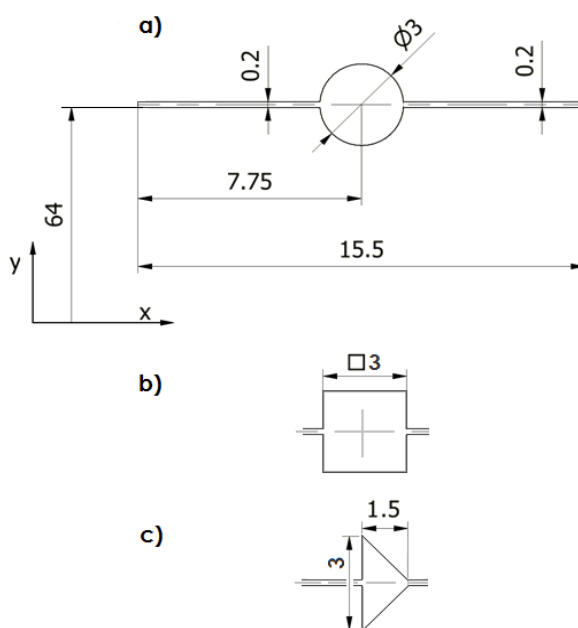
Zanedbali jsme v případě hran jejich zaoblení. Jak lze vidět na Obr. 5.2, zanedbali jsme vstupní a výstupní doměnu. Nezajímá nás totiž velikost vstupních a výstupních ztrát na spáře, ale pouze vliv tvaru komůrky na tvorbu ztrát. Dále budeme schopni iterovat statický tlakový spád (dle přílohy B) s výrazně větší přesností (negativní vliv domén na přesnost iterace byl vysvětlen v kapitole 4). Dosáhneme tak vyšší shody okrajových podmínek jednotlivých spár a jejich porovnání bude tedy zatíženo minimální chybou. Iteraci tlakového spádu ukončíme při dosažení přesnosti iterace 99,997 %. Tato přesnost se může zdát přehnaná, ale ve většině případů ji lze dosáhnout již během třetí iterace.

Horní stěna spáry a komůrky přísluší statoru a je nehybná. Dolní stěna spáry a komůrky je součástí rotoru a je jí přiřazena rotace kolem osy x. Postup bude identický s případem *testovací spáry* (viz kapitola 4), tentokrát však pro obměněné zadání (viz Tab. 5.1).

Zadané parametry		
$\Delta p = p_i - p_e$	340 kPa	tlakový spád
D	128 mm	průměr rotoru
L	15.5 mm	délka spáry
n	3600 rpm	Otáčky rotoru
δ	0,2 mm	Výška spáry
α	0	Předrotace na vstupu

Tab. 5.1. Okrajové podmínky pro studii vlivu geometrie komůrky.

Všechny těsnící spáry mají stejnou délku, výšku, tlakový spád i úhlovou rychlost rotoru. Jediným proměnným parametrem je tvar expanzní komůrky.



Obr. 5.2. Hlavní rozměry těsnící spáry a expanzních komůrek pro program Gambit:
a) kruh b) čtverec c) trojúhelník.

5.1 Tvorba sítě pro základní typy expanzních komůrek

Pro jednotlivé tvary si ukážeme konkrétní rozložení výpočetní sítě. S těmito komůrkami budeme totiž později extenzivně pracovat. Všechny sítě musí respektovat použitý typ modelu proudění. Budeme využívat zmíněný *enhanced-wall treatment* a je tedy nezbytné zajistit kvalitní hustou síť v blízkosti stěn dle podmínky A.4.

Expanzní komůrky s definovaným rozložením výpočetní sítě a jim příslušející přílohy:

- Kruh – příloha 7
- Čtverec – příloha 8
- Trojúhelník – příloha 9

5.2 Kruhová expanzní komůrka – vliv průměru

Dříve než vyzkoušíme různé tvary komůrek, zaměříme se na běžný kruhový tvar a najdeme nejvhodnější velikost průměru kruhu za daných pracovních podmínek (Tab. 5.1). V Tab. 5.2 jsou zaneseny průtočnosti pro průměr od 2 mm do 5 mm. Výpočetní síť dle přílohy 7 byla upravena v poměru k velikosti komůrek při zachování kvality sítě.

průměr kruhu [mm]	mass flow [kg/s]
2	1,288
3	1,275
4	1,276
5	1,296

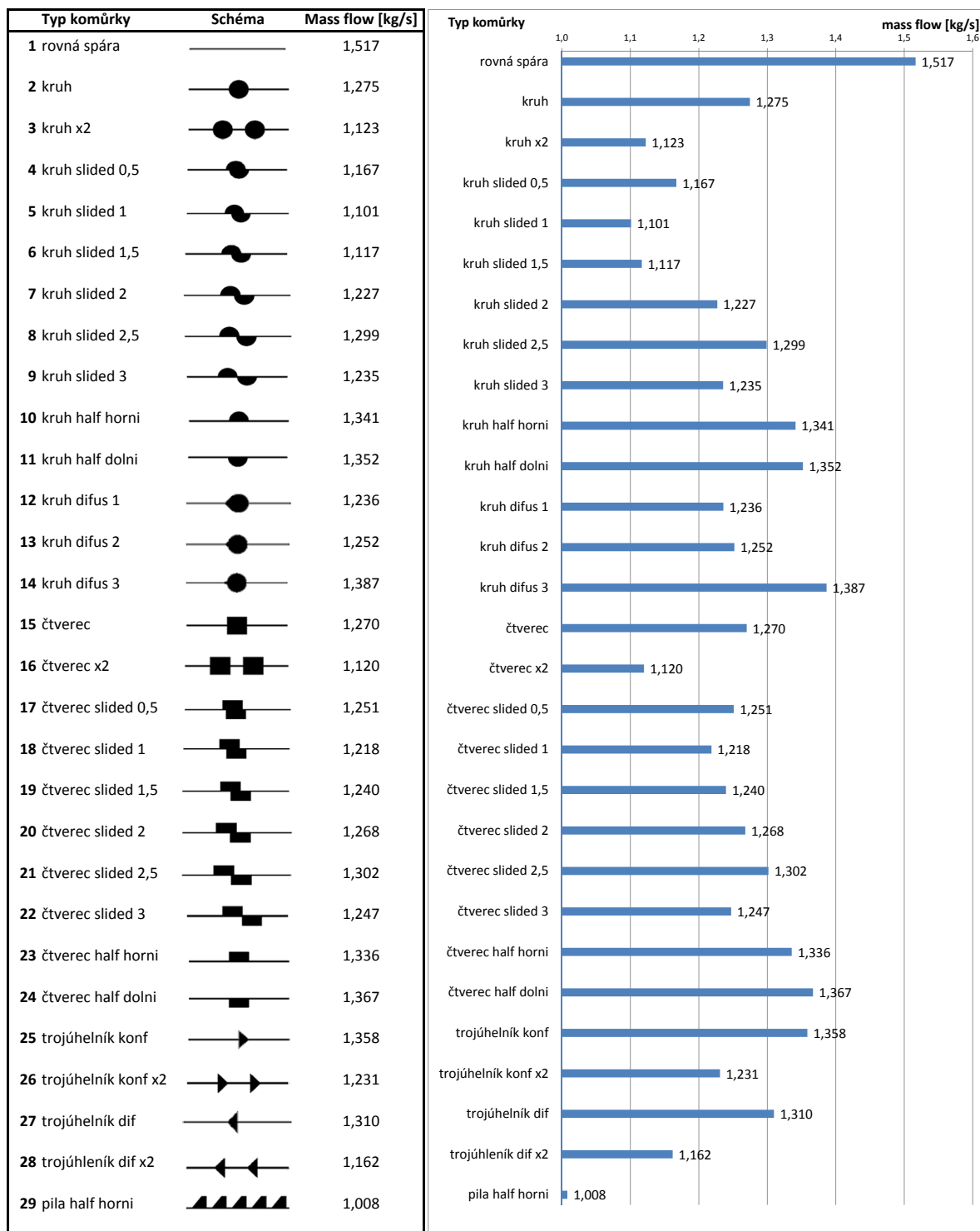
Tab. 5.2. Vliv průměru kruhové expanzní komůrky na průtočnost

Získané průtočnosti se liší v rámci setin kg/s, přičemž nejmenších průtočností dosahujeme pro průměry 3 mm a 4 mm. Rozdíl mezi těmito dvěma průměry je na úrovni tisíciny kg/s a z praktického hlediska je zanedbatelný. Průměr 3 mm představuje nejvhodnější variantu z hlediska množství odebíraného materiálu a vlivu na strukturní pevnost tělesa těsnící spáry a proto budeme v dalších kapitolách počítat právě s tímto průměrem.

5.3 Studie vlivu tvaru těsnící spáry

Provedli jsme výpočet proudění pro tři základní tvary komůrek (*kruh*, *čtverec* a *trojúhelník*) a jejich modifikace za okrajových podmínek v Tab. 5.1, celkem 29 variant. Pro daný typ spáry jsme vždy zaznamenali její průtočnost, výsledné porovnání je na Obr. 5.3. Jako první je uveden průtok hladkou spárou bez expanzní komůrky, následuje 28 různých variant expanzních komůrek. Jako poslední, 29. příklad, je uvedený pilovitý profil, který má výrazně složitější geometrii.

Směr toku kapaliny na schématech je zleva doprava. Takto rozlišujeme trojúhelník typu *konfuzor* (ve směru toku se zužuje) trojúhelník typu *difuzor* (ve směru toku se rozšiřuje).



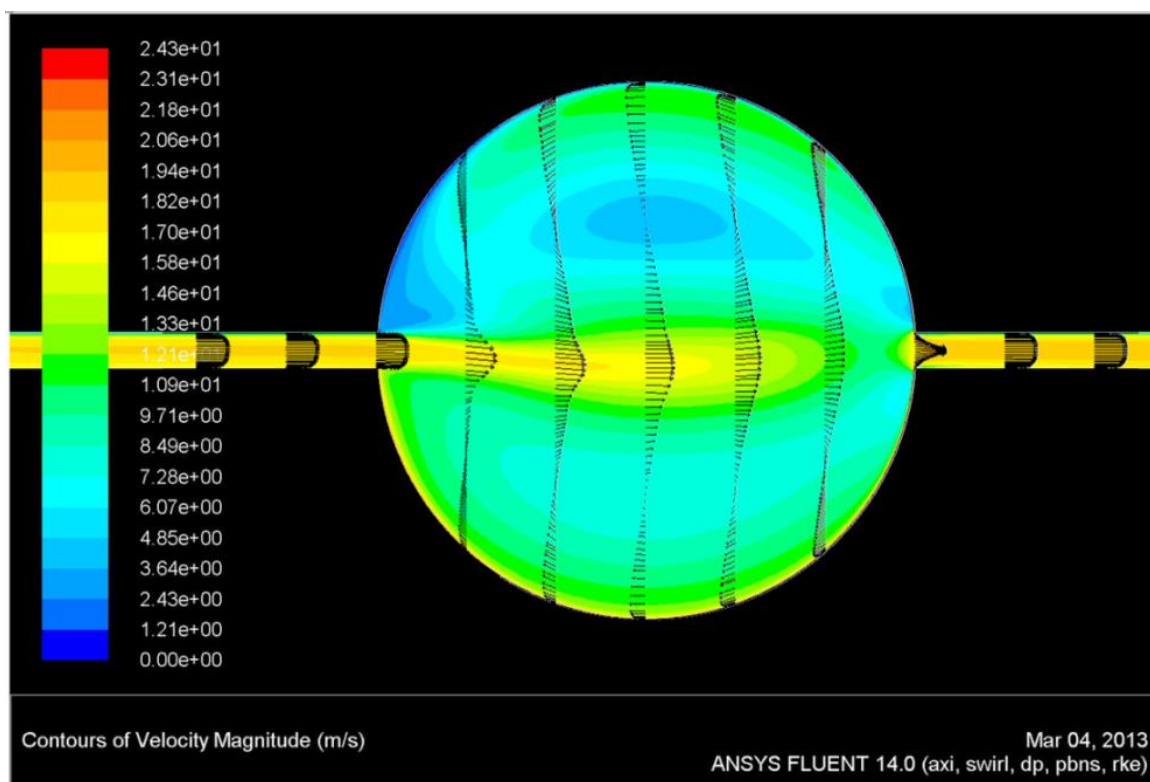
Obr. 5.3. Studie vlivu geometrie těsnící spáry na průtočnost.
V pravé části je vyneseno grafické znázornění výsledků

Prostudujme nyní nejdůležitější závěry, které vyplývají ze zjištěných dat na Obr. 5.3:

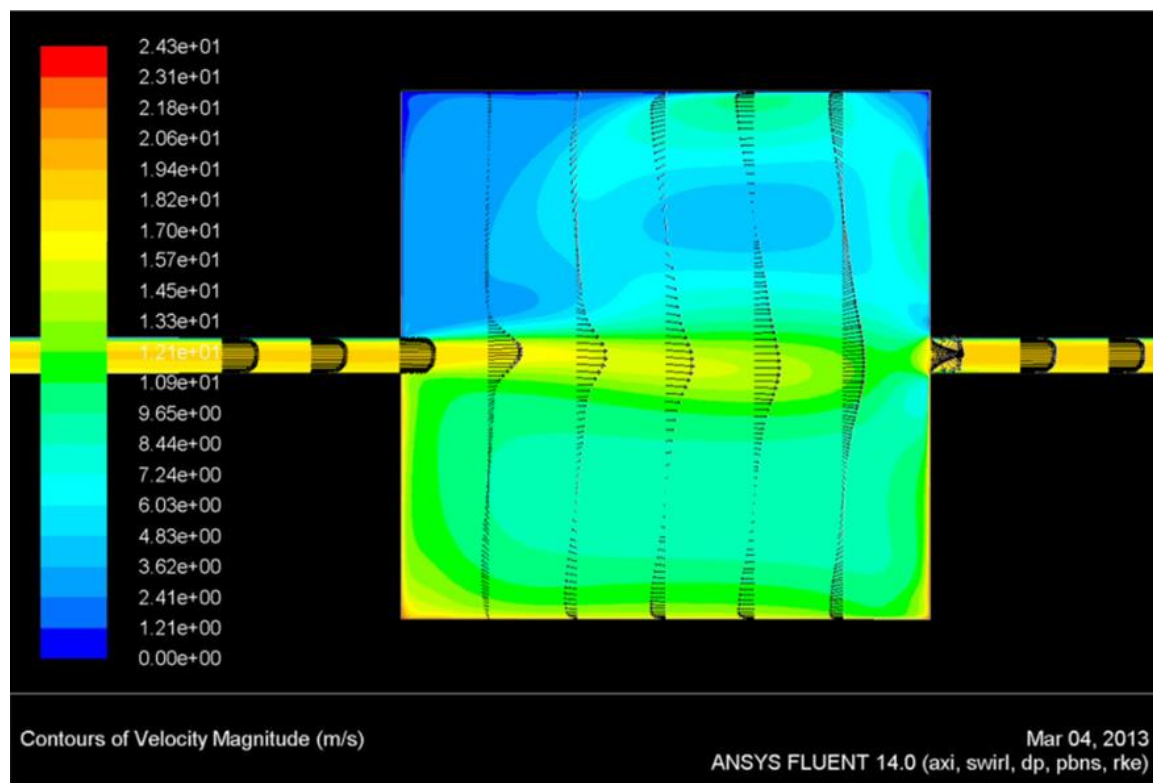
1) kruh vs. čtverec

Tyto dvě tvarově odlišné komůrky dosahují obdobných průtočností. Rozdíl činí pouhých $0,0046 \text{ kg/s}$, což je zanedbatelná hodnota. Děje se tak i navzdory hranatějšímu charakteru čtvercové komůrky.

Je to pravděpodobně způsobeno tím, že v oblasti napojení obou komůrek na těsnící spáru je úhel takřka stejný, 90° . Kapalina v těchto místech proudí vyššími rychlostmi než ve volném prostoru komůrky (dle popisu rovnicí kontinuity) a ztráty, které jsou funkcí druhé mocniny rychlosti, zde nabývají většího významu oproti ztrátám na tvarových prvcích v rozšířené části komůrky (viz Obr. 5.4 a Obr. 5.5).

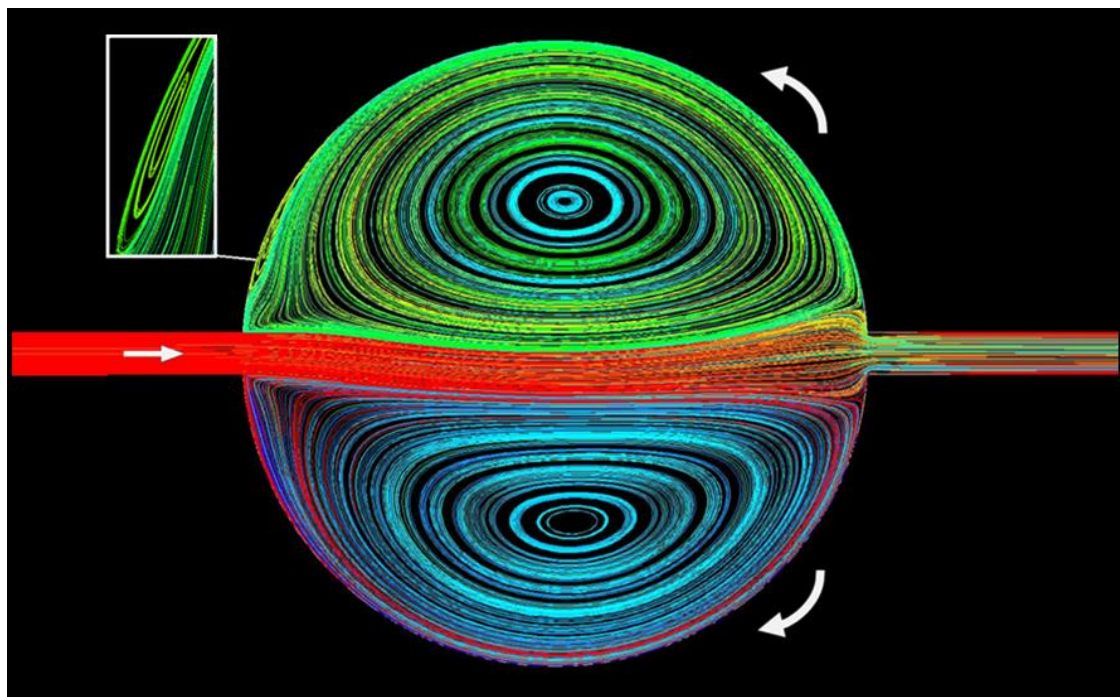


Obr. 5.4. Detail těsnící spáry s kruhovou expanzní komůrkou. V konturách je vykreslena absolutní velikost rychlosti a po půl milimetru jsou vyneseny rychlostní profily.

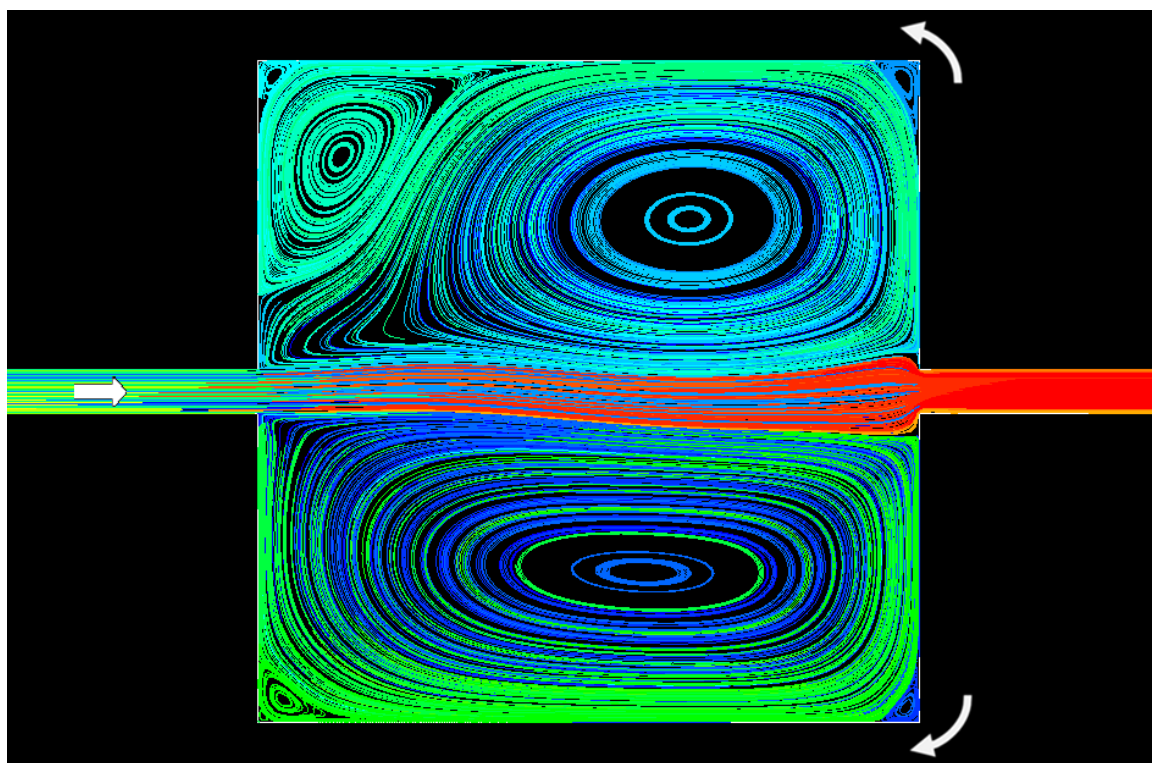


Obr. 5.5. Detail těsnící spáry se čtvercovou expanzní komůrkou. V konturách je vykreslena absolutní velikost rychlosti a po půl milimetru jsou vyneseny rychlostní profily.

Z obrázku je patrná existence dvou vírů v komůrce, které nejlépe zviditelníme vykreslením proudnic (Obr. 5.6 a Obr. 5.7). Proudnice jsou obarvené dle místa vypuštění a barevné schéma nemá hlubší fyzikální význam.



Obr. 5.6. Proudnice v kruhové expanzní komůrce. Šipky značí směr proudění a rotace vírů. V rámečku je detail zpětného proudění.

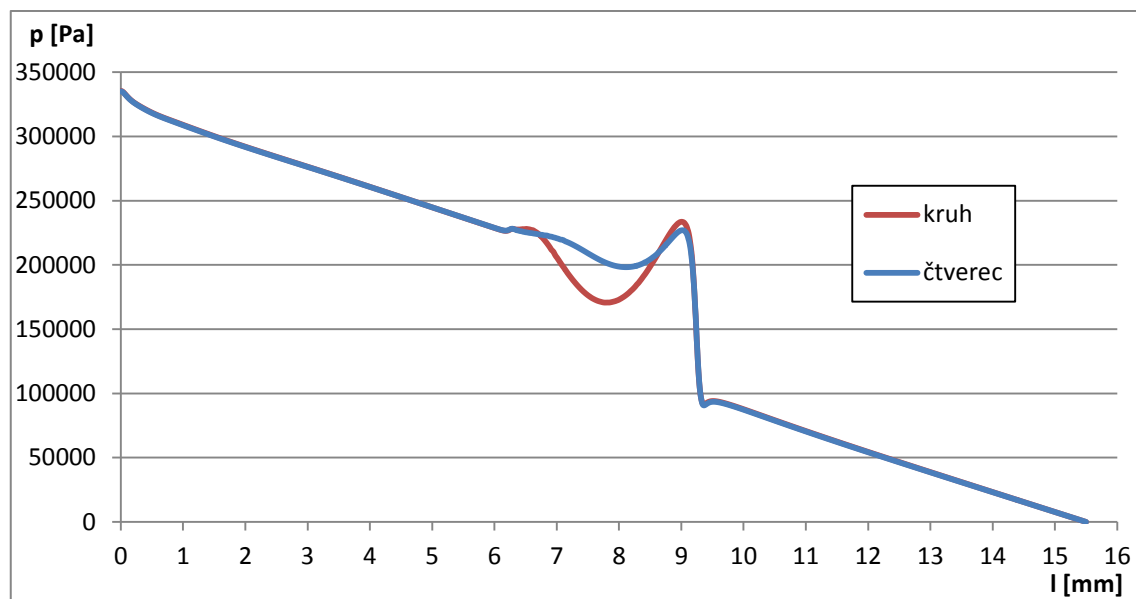


Obr. 5.7. Proudnic ve čtvercové expanzní komůrce. Pravá horní a dolní šipka značí směr rotace dvou největších vírů v komůrce.

Z tvaru proudnic si můžeme povšimnout, že vírové struktury v dolní polovině komůrky jsou oproti horním vírovým strukturám potlačeny. Je to způsobeno unášivou rychlostí rotoru, která především v dolní polovině kruhu a čtverce způsobuje nárůst tangenciální rychlosti. To vede ke snížení tlaku v této oblasti a „vtahování“ kapaliny z okolí, což způsobí stlačení vírových struktur blíže ke stěnám a i průhybu středního jádra proudu (v ose spáry), (viz tangenciální složka rychlosti v příloze 10).

Dále si všimněme, že zatímco na vstupu do komůrky je jádro proudu víry stlačováno z obou stran, na výstupu je naopak roztahováno do stran a proud nemá ideální tvar na vstup do úzké rovné spáry. Proto jsou ztráty zavířením na výstupu významnější než na vstupu, kde je víření nepostřehnutelné.

Podobné průtočné vlastnosti obou komůrek se projeví i na závislosti statického tlaku na délce (Obr. 5.8). Na rovných úsecích spáry se závislosti překrývají a patrný rozdíl je pouze v oblasti komůrky ve střední části spáry.

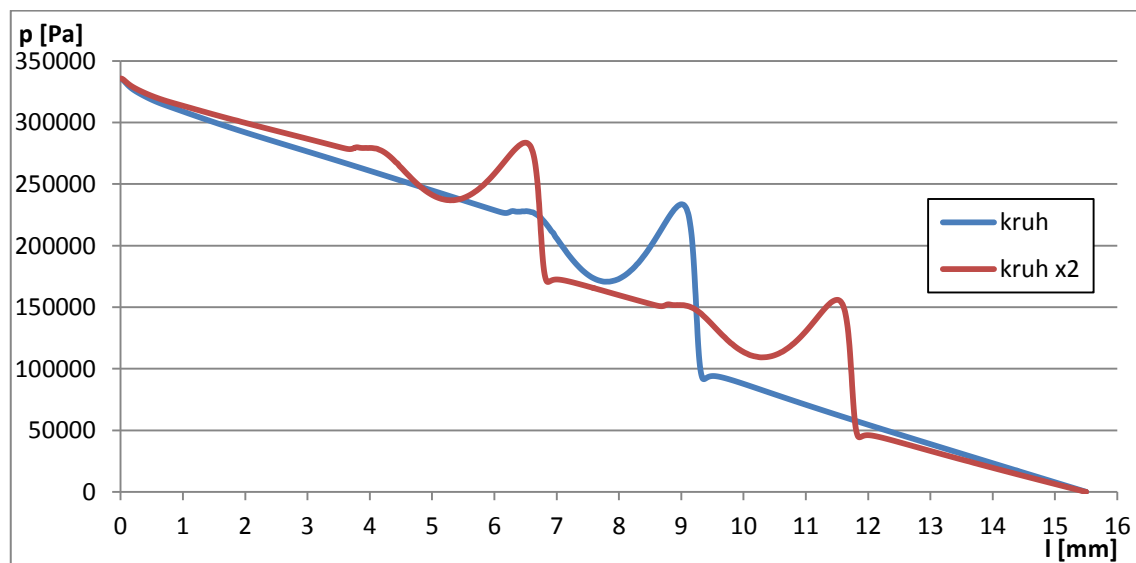


Obr. 5.8. Průběh statického tlaku po délce spáry – měřeno na středním poloměru.

2) kruh $\times 2$, čtverec $\times 2$

Rozdíl v průtočnosti mezi *kruh* $\times 2$ a *čtverec* $\times 2$ činí pouhých 0,0026 kg/s. Jde o zanedbatelnou hodnotu a důvody jsou pravděpodobně stejné jako v případě 1). V příloze 11 je vykreslena absolutní velikost rychlosti pro oba dva typy spáry.

Porovnejme průběh statického tlaku po délce pro spáru se dvěma komůrkami a pro spáru pouze s jednou komůrkou (Obr. 5.9). Pro obě dvě spáry platí lineární závislost poklesu tlaku v závislosti na délce. Pro spáru se dvěma komůrkami je sklon poklesu mírnější v důsledku nižších rychlostí ve spáře. Jednotlivé lineární poklesy jsou v rámci jednoho typu spáry rovnoběžné.



Obr. 5.9. Průběh statického tlaku po délce spáry (měřeno na středním poloměru).

3) kruh difus 1, 2, 3

Tvar geometrie všech tří variant je v *příloze 12*. Všechny tři typy mají difuzorové rozšíření vstupu do komůrky. K tvorbě těchto spár vedla snaha lépe využít ztráty na výstupu z komůrky, které jsou oproti těm na vstupu významnější. Cílem geometrie je rozšířit proud v místě vstupu do komůrky, aby došlo ke zvětšení jádra proudu a zahlcení výstupu z komůrky.

U prvních dvou variant, *difus 1* a *2* dosahujeme mírného snížení průtočnosti v rámci setin kg/s . Je to především díky dodatečnému zavírání proudu na difuzorových stěnách, které mají příliš velký úhel otevření, než jaký kapalina dokáže „sledovat“. (viz *příloha 13*).

Pro třetí variantu, *difus 3*, bylo vytvořeno difuzorové rozšíření s mírnějším sklonem 14° , které již nezpůsobuje takové zavírání. Jako jediný *kruh difus* dosahuje menších ztrát a použitá geometrie v tomto případě není vhodná. (viz *příloha 13*).

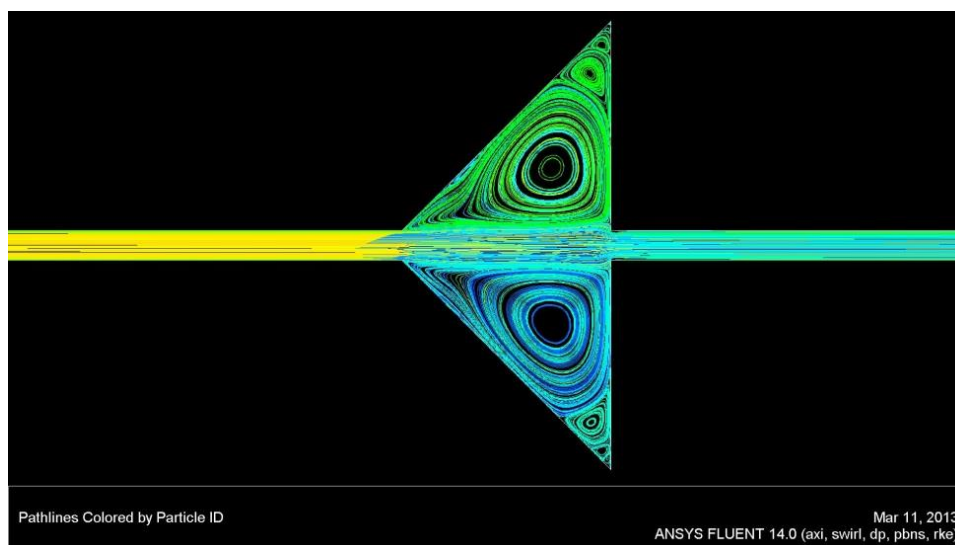
4) horní profil vs. spodní profil

Pokud budeme uvažovat pouze jednu polovinu komůrky a to buď ve statoru, nebo v rotoru, pak právě varianta komůrky ve statoru vede k většímu snížení průtočnosti na úrovni setin kg/s .

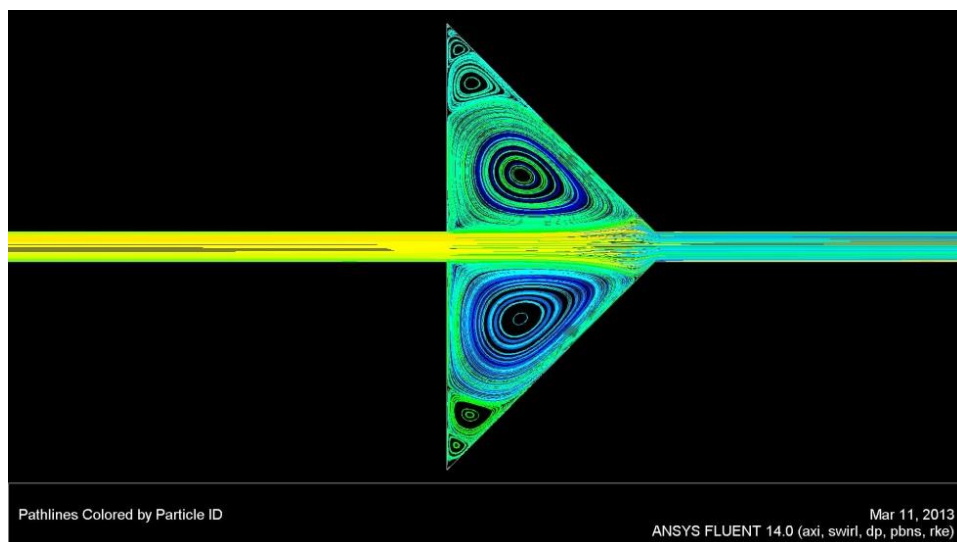
5) trojúhelník konfuzor vs. difuzor

Efektivněji působí difuzorová verze trojúhelníku (Obr. 5.10) oproti konfuzorové (Obr. 5.11). Je to ze stejného důvodu, jako u kruhového tvaru. Výstup z komůrky má na zavírání větší vliv díky roztahování centrálního proudu pomocí přiléhajících vírů. Významnější ztráty poté působí kolmý přechod stěn difuzoru, než trychtýřovitý tvar konfuzoru (viz *příloha 14*).

Výraznější rozdíl v průtočnosti mezi typem *difuzor* a *konfuzor* nastává při vytvoření dvou expanzních komůrek těchto tvarů.



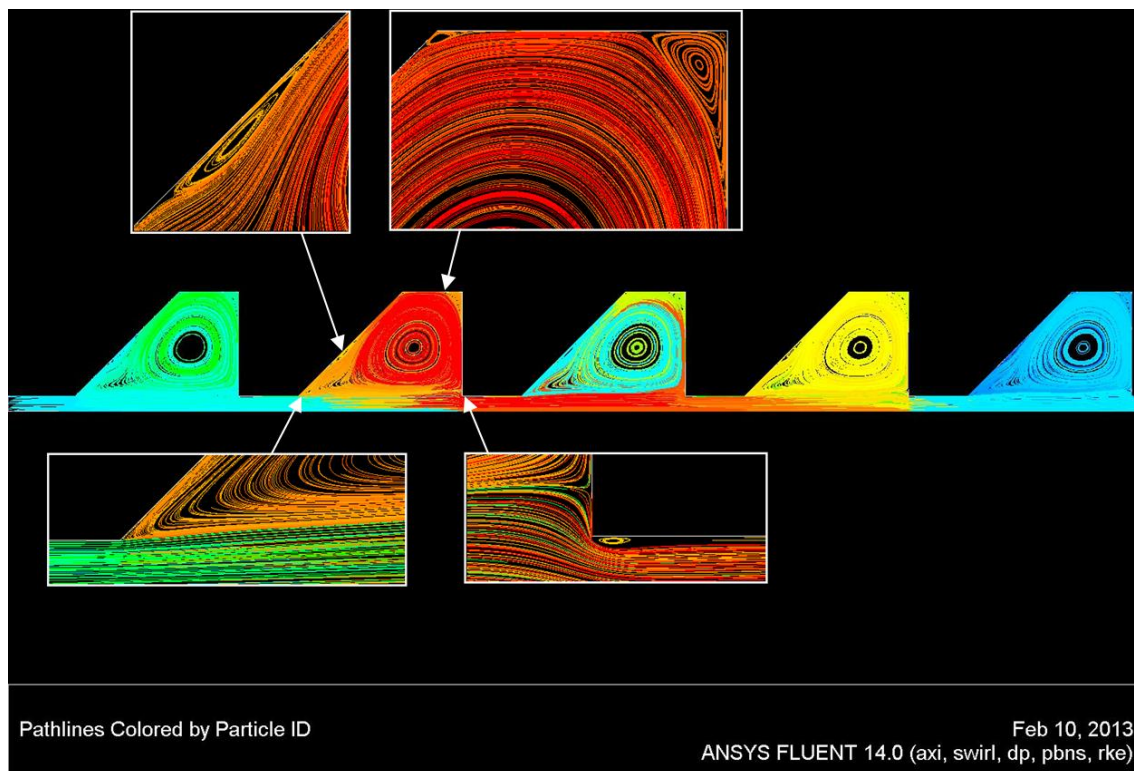
Obr. 5.100. Proudnice v těsnící spáře s expanzní komůrkou *trojúhelník difuzor*.



Obr. 5.111. Proudnice v těsnící spáře s expanzní komůrkou *trojúhelník konfuzor*.

6) pila half horní

Je zřejmé, že tato labyrintová geometrie dosahuje nejlepších těsnících schopností a to díky složitějšímu tvarování (Obr. 5.12). To ovšem vede i k prodražení výroby takové spáry. Nejčastěji se s tímto konstrukčním řešením setkáme ve formě tzv. texturovaného statoru. Jde o jemné obdélníkové zářezy vytvářející síťovou strukturu po celé ploše statorové části spáry, více viz San Andrés (2009) [11]. Dále se obdobného tvaru využívá v případě tzv. *screw type seals*, které mají podobu dvou šroubových závitů dosedajících na sebe svými vrcholy, více viz Golubiev (2009) [6] a Rame Gowda (2012) [10].



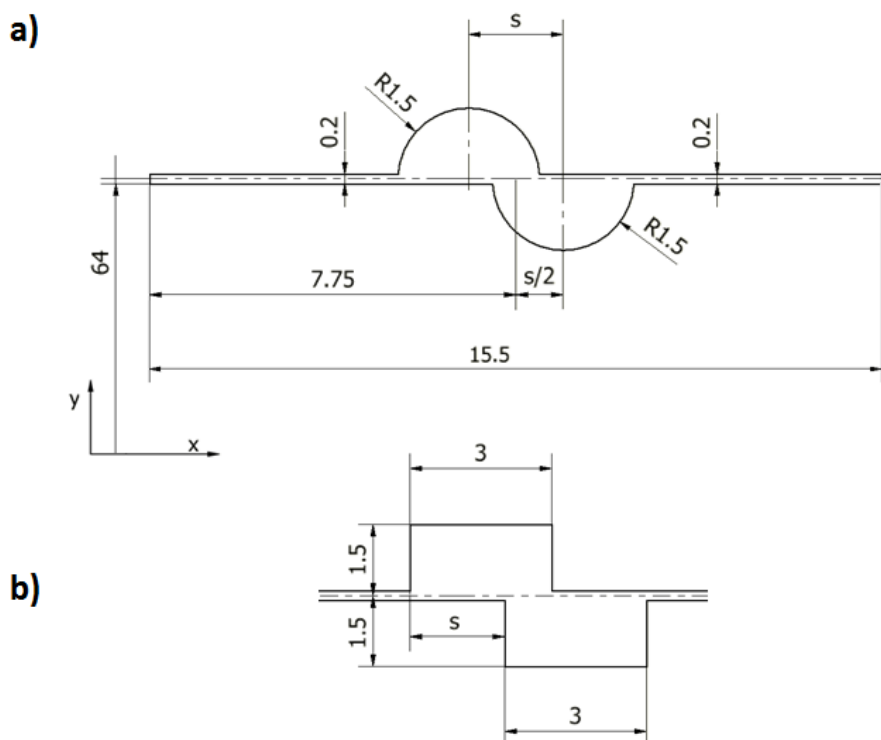
Obr. 5.12. Těsnící spára typu *pila half horní* včetně detailů proudění v rámci jednoho zubu profilu.

7) kruh slided, čtverec slided

Důvodem pro tvorbu sítě typu *slided* byla myšlenka, že symetricky vytvořené víry v horní a dolní polovině komůrky nijak silně nenarušují centrální proud a dokonce ho v místě vstupu do komůrky stlačují a tím mu nedovolí se na hranách utrhnout. Na výstupní hraně komůrky dochází k lepší destabilizaci proudu, ale otázkou je, zda by se ztráty nedaly umocnit.

Když bychom dokázali eliminovat vliv symetrie proudění a tedy narušit centrální proud v komůrce, je velice pravděpodobné, že získáme ve výsledku menší hmotnostní průtok. Toho lze dosáhnout například jednoduchým přesunutím horní a dolní poloviny komůrky v axiálním směru o vzdálenost s , viz Obr. 5.13 pro kruhovou komůrku, pro čtvercový tvar jsou opět středy horní a dolní poloviny komůrky přesunuty o vzdálenost s .

V bodě 1) a 2) jsme si ukázali, že rozdíly v hmotnostním průtoku mezi kruhovou a čtvercovou geometrií nejsou nijak významné. Tato podobnost mezi oběma typy spár, však mizí, pokud zavedeme posunutí s dle Obr. 5.13.



Obr. 5.13. Rozměry těsnicí spáry typu *kruh slided* v programu Gambit
(a) kruhová a b) čtvercová expanzní komůrka).

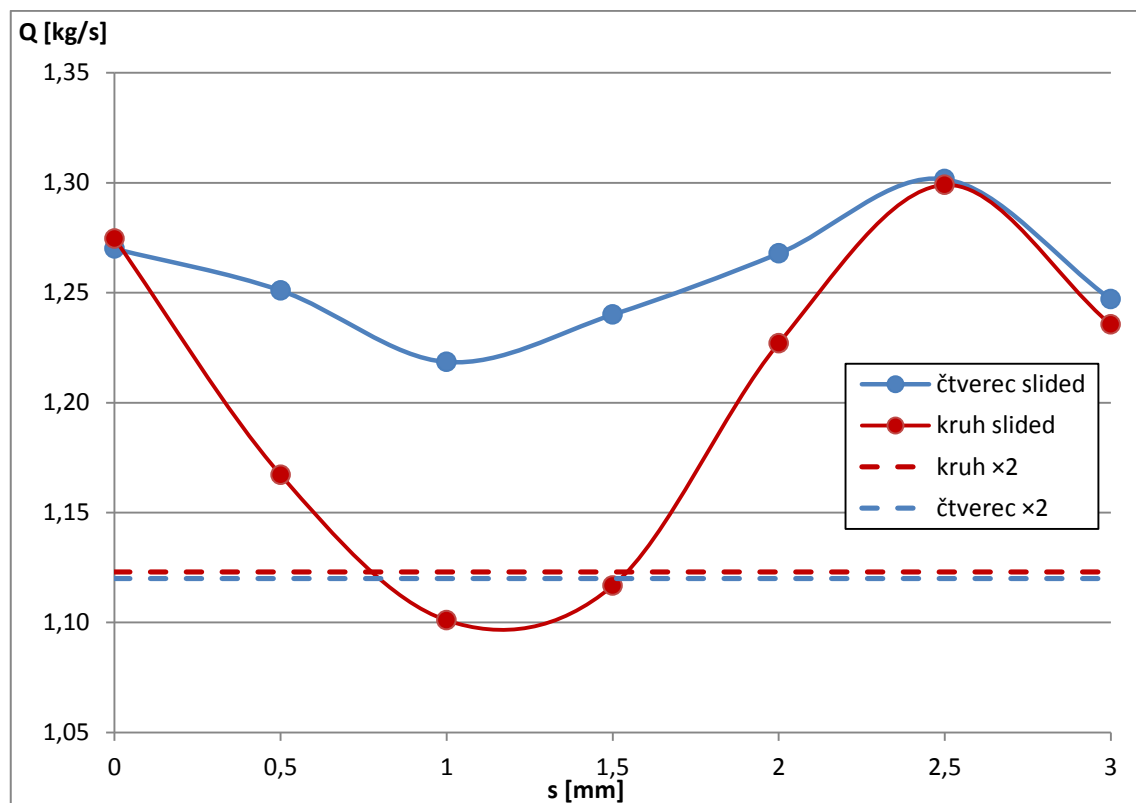
Vytvořili jsme matici celkem 7 posunutí v rozmezí od $s = 0 \text{ mm}$ (původní situace) až $s = 3 \text{ mm}$ (přesunutí o celou vzdálenost komůrky) s krokem $s = 0,5 \text{ mm}$. Zaznamenali jsme hmotnostní tok pro každou variantu a výsledek zapsali do Tab. 5.3.

kruh slided		čtverec slided	
s [mm]	Q [kg/s]	s [mm]	Q [kg/s]
0	1,275	0	1,270
0,5	1,167	0,5	1,251
1	1,101	1	1,218
1,5	1,117	1,5	1,240
2	1,227	2	1,268
2,5	1,299	2,5	1,302
3	1,235	3	1,247

Tab. 5.3. Hmotnostní toky těsnící spárou typu *slided* v závislosti na přesunutí horní a dolní poloviny komůrky o vzdálenost s .

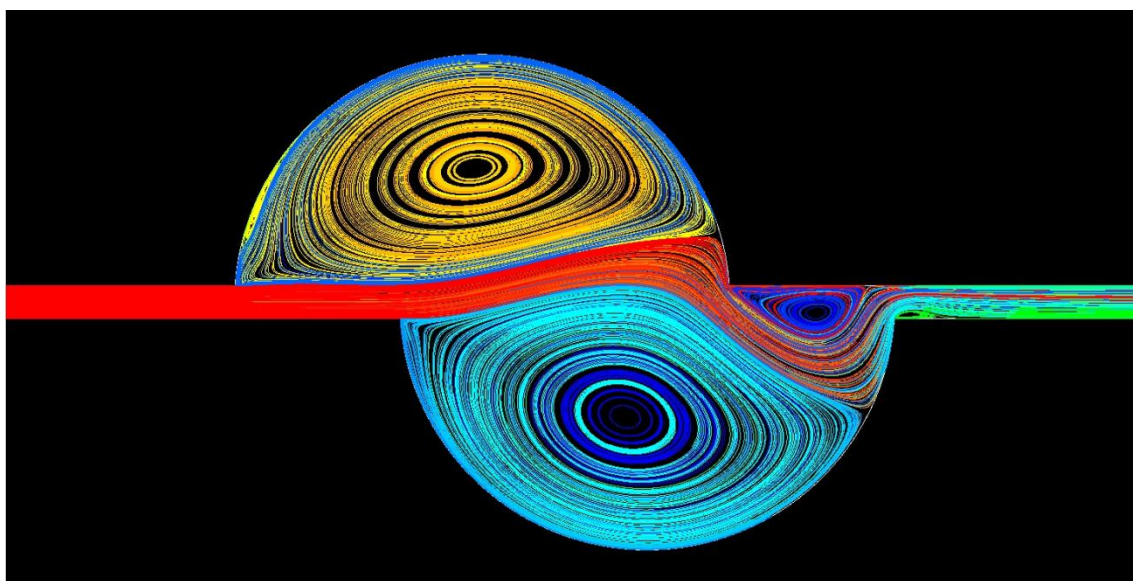
Důležitost této tabulky vynikne, pokud si získané hodnoty vyneseme do grafu (viz Obr. 5.14). Obě dvě geometrie dosahují měřeného minima průtoku pro $s = 1 \text{ mm}$ a naopak svého maxima pro $s = 2,5 \text{ mm}$, přičemž maximum leží výše než výchozí bod s nulovým posunutím.

V případě čtvercové komůrky jsme ve změřených bodech schopni získat maximálně 4 % pokles průtočnosti, což nelze počítat za významný rozdíl. Ukazuje se ale, že kruhová komůrka má na posunutí mnohem větší citlivost.

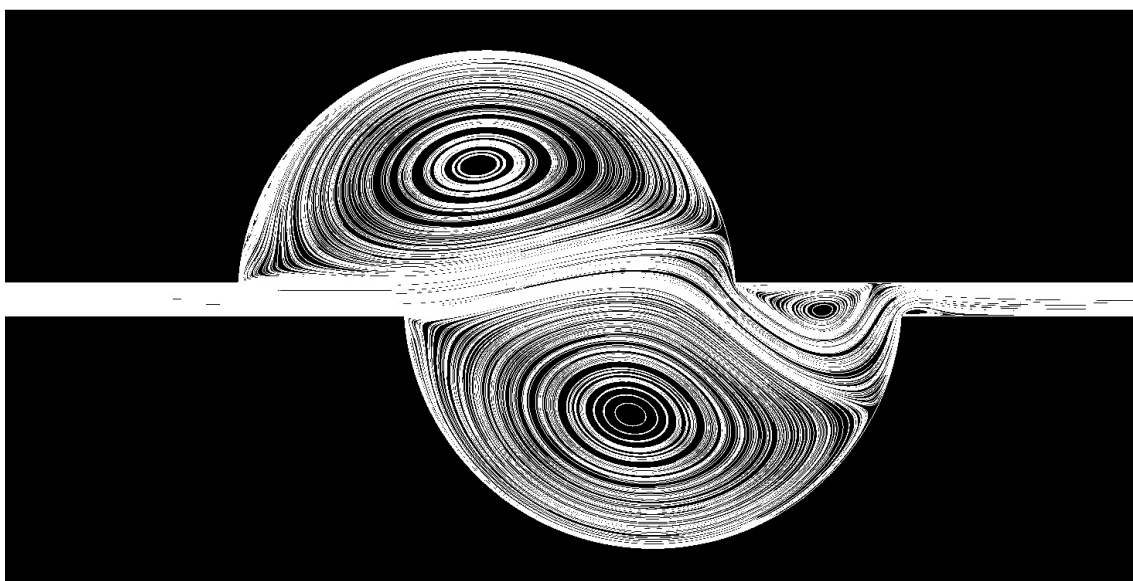


Obr. 5.14. Graf závislosti hmotnostního průtoku v závislosti na přesunutí horní a dolní poloviny komůrky o vzdálenost s v porovnání s těsnící spárou *kruh* $\times 2$ a *čtverec* $\times 2$.

Nejvýznamnějším zjištěním je, že pro těsnící spáru s kruhovou geometrií a posunutím $s = 1 \text{ mm}$ (Obr. 5.15 a Obr. 5.16) je hmotnostní průtok menší než pro těsnící spáru se dvěma komůrkami kruhového nebo čtvercového tvaru a nulovým posunutím. Je to opravdu pozoruhodný výsledek. Pro snížení ztrátového průtoku o $0,174 \text{ kg/s}$, neboli $13,6 \%$, stačilo pouze přesunout poloviny komůrky o vzdálenost jeden milimetr. V podstatě ani nedošlo k prodražení výroby komůrky. Jedná se pořád o stejný tvar zápinu a stejný způsob odebrání materiálu. Změnila se pouze pozice tvorby komůrky. Důležité je si uvědomit, že takto modifikovaná komůrka je schopna svými účinky nahradit dvě standardní kruhové komůrky, ale navíc na menší axiální vzdálenosti. Ztráta bude přirozeně ještě významnější, pokud zařadíme více kruhových komůrek typu *slided 1* za sebe.



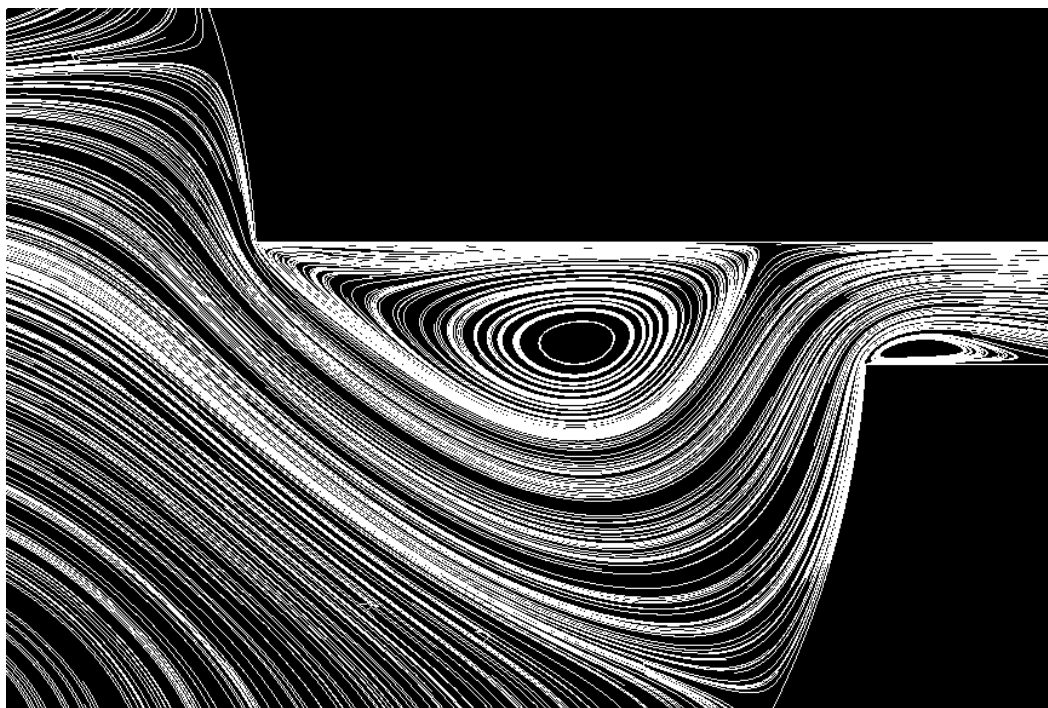
Obr. 5.15. Těsnící spára typu *kruh slided 1* s vykreslenými proudnicemi, které jsou obarveny dle místa vypuštění.



Obr. 5.16. Těsnící spára typu *kruh slided 1* s vykreslenými proudnicemi.

V příloze 15 a příloze 16 jsou vykresleny proudnice pro všechny varianty posunutí kruhové i čtvercové komůrky.

Pro spáru *kruh slided 1*, která má ze všech posunutí nejmenší průtok, je na Obr. 5.17 vykreslen detail proudnic na výstupu z komůrky. Vidíme, že oproti původní neposunuté geometrii (příloha 15 a příloha 16 s $s = 0$) se vytvořila třetí menší vírová struktura u výstupu z komůrky, která neumožňuje centrálnímu proudu téci komůrkou více přímo. Víry zde de facto nahrazují nutnost složitějšího tvarování komůrky a sami fungují jako přepážky kladoucí odpor.



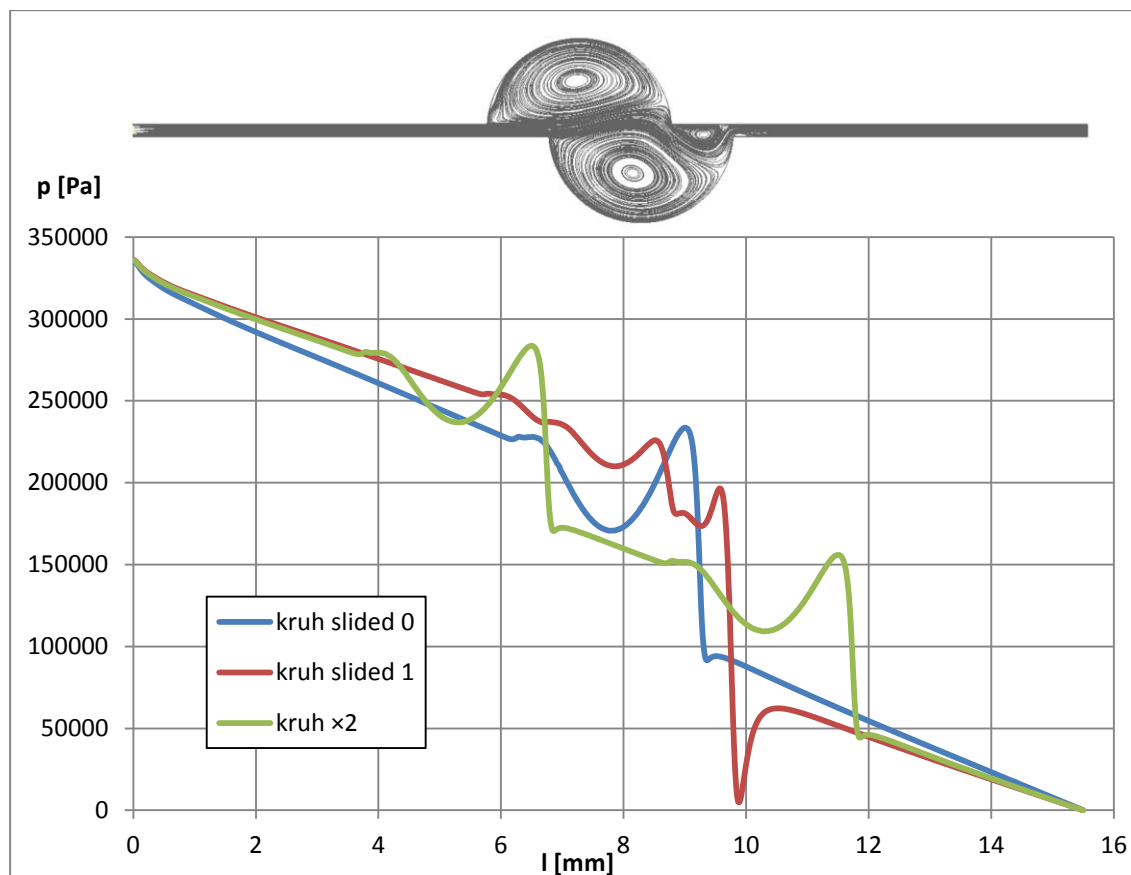
Obr. 5.17. Detail proudnic těsnící spáry typu *kruh slided 1* – výstup z expanzní komůrky.

Znatelné zavíření se pro *kruh slided 1* nachází na výstupní hraně, jak lze vidět z přílohy 17 na modré kontuře, značící oblast nízkého tlaku dosahující až -119 kPa . Za těchto okolností by se jednalo o dostatečně nízký tlak pro vznik kavitace, která se začíná objevovat od relativního statického tlaku cca -98 kPa a méně. Jedná se však o geometrii bez uvažování vstupní a výstupní ztráty a ve skutečnosti nebude pokles tlaku tak výrazný. Ačkoliv si výpočty se zahrnutím vstupní a výstupní ztráty ukážeme až v následující kapitole, předejme zde situaci, abychom zjistili, že při uvažování i těchto ztrát statický tlak ve stejném místě poklesne tentokrát na méně závažných $-86,7 \text{ kPa}$ (viz příloha 18). Můžeme tedy říci, že za námi stanovených okrajových podmínek by v reálné situaci na této těsnící spáře nedocházelo ke kavitaci.

Zmíněný vír, který způsobuje razantní pokles tlaku, zužuje průtočný průřez a rychlosti zde dosahují až 26 m/s (bez uvažování vstupní a výstupní ztráty) (viz příloha 19).

Průběh tlaku na středním poloměru těsnící spáry ukazuje, k jak velkému poklesu tlaku dochází na expanzní komůrce v porovnání s původní geometrií (viz Obr. 5.18). Ze všech vynesných typů těsnící spáry má *kruh slided 1* největší místní ztrátu na komůrce

a tedy nejmenší sklon lineární závislosti tlaku na délce pro rovné úseky spáry. To vše jsou znaky geometrie spáry s významnou těsnicí schopností, které se snažíme nalézt.



Obr. 5.18. Průběh statického tlaku na středním poloměru spáry. V horní části grafu těsnící spára *kruh slided 1* ve stejném měřítku s vykreslenými proudnicemi.

Je nutné podotknout, že při pokusu o výraznější pokles statického tlaku na jedné komůrce, bychom museli být velmi obezřetní při kontrole na vznik kavitace v prostoru těsnící spáry. Jinými slovy může být kontraproduktivní hledat efektivnější tvar expanzní komůrky, než jakým je *kruh slided 1*.

Pokud bychom i přesto vytvořili efektivnější komůrku, na které by docházelo k poklesu tlaku až na úroveň umožňující tvorbu kavitace, lze situaci vyřešit zapojením více komůrek po délce těsnící spáry. Pokles tlaku na délce spáry se tak namísto jednoho rapidního poklesu rozdělí na několik menších „schůdků“, obdobně jak se tomu děje pro spáru *kruh x2* na Obr. 5.18.

Významná ztráta na komůrce *kruh slided 1* je dána zavířením v komůrce, jehož tvar se přirozeně odvíjí od proudění v celém prostoru spáry. Je tak pravděpodobné, že takto malou průtočnost získáme jen pro určitou odchylku od zde uvažovaného tlakového spádu. Pro výrazně jiný tlakový spád může vycházet lépe jiná velikost posunutí s . Řešením této komplikace by bylo např. zařazení několika kruhových komůrek sériově do jedné spáry, přičemž každá z nich by měla jiné posunutí s .

6 Vliv rotace a tření na průtočnost

V dnešní době se experimentuje s materiály nebo s povrchovými úpravami materiálů, které snižují tření na styku materiál vs. pracovní látka. V této kapitole se zběžně podíváme na vliv obvodové složky rychlosti a snížení tření na průtočnost těsnící spárou.

Konkrétně se bude jednat o těsnící spáru s jednou kruhovou komůrkou používanou v předchozí kapitole 5 a znázorněnou na Obr. 5.2 a) pro fyzikální podmínky dle Tab. 5.1. Uvažujeme vliv vstupních a výstupních ztrát na spáře, geometrie tedy obsahuje okrajové domény.

Pro tři různé případy okrajových podmínek získáváme následující data:

- 1) $\omega = 377 \text{ rad/s}$ – základní případ
- 2) $\omega = 0 \text{ rad/s}$ – simuluje vliv existence tangenciální složky rychlosti na průtočnost
- 3) *rotor, stator* = *symmetry* – simuluje vliv nulového tření na průtočnost

Pro stejný tlakový spád a nulovou předrotaci získáváme data v Tab. 6.1.

Okrajová podmínka na spodní straně	Mass flow [kg/s]
rotational 377 rad/s	1,016
rotational 0 rad/s	1,061
symmetry	1,187

Tab. 6.1. Vliv okrajových podmínek na průtočnost.

Průtočnost těsnící spáry narůstá s klesajícím vlivem „přítomnosti“ hřídele. V případě stojícího hřídele (0 rad/s) nedochází ke vzniku tangenciální složky rychlosti vody, což vede k mírnému nárůstu průtočnosti. Existuje tedy souvislost mezi vývojem tangenciální složky rychlosti a průtočnosti, která se měří v axiálním směru. Jedná se však pouze o velice malý vzestup v rámci setin kg/s , který je možné z praktického hlediska zanedbat. Navíc není vhodné z důvodů popsanych v kapitole 3.3 se snažit zvýšit tangenciální složku rychlosti, protože to může vést ke zvýšené nestabilitě rotoru.

Pokud navíc odstraníme tření na povrchu rotoru, dochází přirozeně ještě k razantnějšímu zvýšení průtočnosti o 16.8 %.

7 Těsnící spára s excentricitou

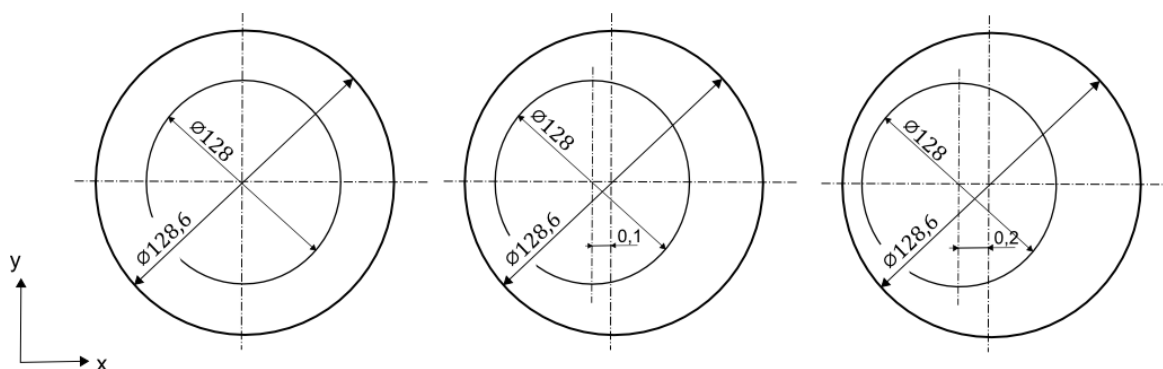
Dosud jsme uvažovali těsnící spáru jako absolutně tuhý konstrukční prvek. Zanedbávali jsme jakékoliv vyosení rotoru vůči statoru, jejich osy rotace byly tedy identické. Je to ovšem pouze zjednodušení reálné situace, kdy svoji vlastní vahou způsobuje rotor excentricitu os rotace, což je dále ovlivňováno jevy jako přídavná tuhost, přídavná hmotnost a přídavné tlumení.

Existuje mnoho zpráv zkoumající přídavné účinky kapaliny na rotor a jeho dynamické vlastnosti. V této diplomové práci se zaměřím pouze na vliv excentricity na průtočnost těsnící spárou a to pro zjednodušený stacionární případ.

Rotace hřídele bude zadána jako okrajová podmínka pro vnitřní válcovou plochu a nebude docházet k translačnímu pohybu osy rotace. Budeme uvažovat parametry těsnící spáry, které jsou v Tab. 7.1 a tři různé velikosti excentricity 0 mm ; $0,1\text{ mm}$; $0,2\text{ mm}$; (viz Obr. 7.1).

Zadané parametry		
$\Delta p = p_i - p_o$	340 kPa	tlakový spád
D	128 mm	průměr rotoru
L	15.5 mm	délka spáry (souřadnice z)
n	3600 rpm	Otáčky rotoru
δ	0,3 mm	Výška spáry
α	0	Předrotace na vstupu

Tab.7.1. Okrajové podmínky pro těsnící spáru s excentricitou.



Obr.7.1. Řez těsnící spárou v axiální rovině s uvažováním excentricity rotoru.

Vzhledem ke geometrii spáry, bude nutné provést výpočet ve 3D. To značně zvyšuje výpočetní náročnost z důvodu nárůstu velikosti sítě a je tedy nerozumné dodržet kvalitu sítě na tak vysoké úrovni, abychom mohli použít model *enhanced wall treatment*. Vytvoříme raději hrubší síť s menším počtem buněk a použijeme model *non-equilibrium wall function*. Dále zanedbáme vstupní a výstupní ztráty, taktéž z důvodu úspory výpočetní sítě. Těsnící spára bude tedy na radiálním řezu tvaru obdélníka o rozměrech $\delta \times L$.

Je možné, že použitím dvou modelů turbulence získáme mírně odlišné výsledky. Proto se nejdříve zaměříme na případ spáry s nulovou excentricitou. Je to jediné zadání, které lze převést na 2D výpočet, což nám umožní využít kvalitnější *enhanced wall*

treatment. Následně pro stejnou 2D geometrii vytvoříme síť o stejné kvalitě, jaká bude přítomna na 3D úloze a provedeme výpočet znovu, tentokrát s modelem *non-equilibrium wall function*. Tím stanovíme alespoň přibližně míru odchylky, kterou získáváme na 3D úloze použitím jiného modelu s jiným počtem buněk výpočetní sítě. V posledním kroku vypočítáme proudění ve všech třech případech excentricity 3D spáry.

7.1 2D úloha

Pro model *enhanced wall treatment* jsme použili hustší síť o počtu buněk **61 500** splňující podmínky $wall\ y^+ < 5$ (A.4), jejíž rozložení je následovné:

- stator, rotor (kóta L) – 1500 nodes, successive ratio;
boundary layer (a) 0.001, (b/a) 1.175, rows 2
- inlet, outlet (kóta δ) – 41 nodes

Pro model *non-equilibrium wall function* jsme vytvořili hrubší síť o velikosti **840 buněk**, pro kterou platí podmínka (A.8) s následujícím rozložením bodů:

- stator, rotor (kóta L) – 42 nodes, successive ratio
- inlet, outlet (kóta δ) – 20 nodes

Po provedení iteračního výpočtu (postup viz *příloha B*) s přesností na více jak 99,997 % jsme získali výsledné průtočnosti těsnící spárou pro dva různé modely turbulence (viz Tab. 7.2).

model turbulence	počet buněk	mass flow [kg/s]
Enhanced wall treatment	61 500	3,179
Non-equilibrium wall function	840	3,490

Tab..7.2. Použité modely turbulence a jim, příslušející velikost výpočetní sítě a průtočnost spáry.

Identifikovali jsme o cca 10 % větší průtok pro model *non-equilibrium wall function*, než pro *enhanced-wall treatment*. Tento poznatek musíme přenést i do výpočtů 3D spáry, která bude vykazovat mírně vyšší průtok z důvodu použitého modelu turbulence. Přesto představuje 10 % relativně nízkou hodnotu vzhledem k tomu, že pracujeme s nesrovnatelně menším počtem buněk. Na 2D úloze je to 73 x méně buněk, na 3D úloze to je ještě větší poměr při zachování rozumného poměru stran jednotlivých buněk.

7.2 3D úloha – proudění

Osa rotace bude totožná s osou $-z$, a dále v každém radiálním řezu bude mít výpočetní síť stejné rozložení jako pro případ s 2D úlohou s 840 buňkami. Detail sítě pro tři použité geometrie je v *příloze 20*, přičemž každá geometrie čítá 1 008 000 buněk. Síť zhušťujeme v obvodovém směru k místu nejmenšího průřezu pro vykompenzování zmenšující se výšky spáry. Voda teče v kladném směru osy z .

Pro takto vytvořené tři geometrie zopakujeme iterační postup z *přílohy B*, abychom získali požadovaný statický tlakový spád 340 kPa a zaznamenáme průtočnosti pro jednotlivé případy excentricity (viz Tab. 7.3).

excentricita [mm]	mass flow [kg/s]
0	3,497
0,1	3,525
0,2	3,774

Tab. 7.3. Závislost průtočnosti těsnící spárou na excentricitě rotoru.
Výška spáry je 0,3 mm.

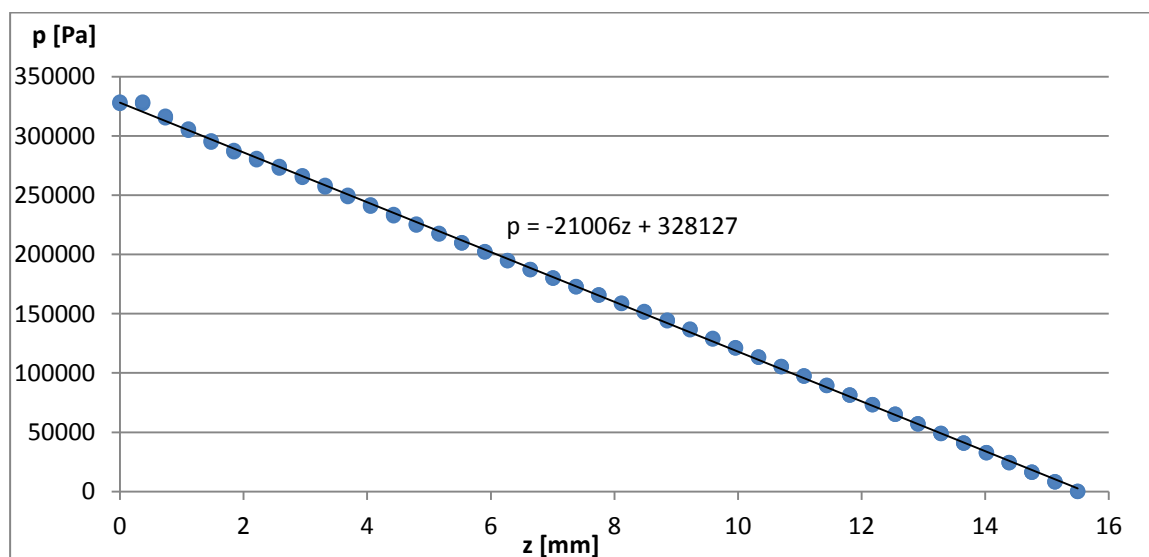
Nejprve si povšimněme, že pro nulovou excentricitu je rozdíl v průtočnosti mezi 3D (Tab. 7.3) a 2D spárou (Tab.7.2) pouhých cca 0,007 kg/s. Z toho vyplývá, že korekce, které používá FLUENT na simulaci 3D proudění pomocí 2D rotačně symetrické geometrie, je kvalitní a chybovost zde při vhodných podmínkách bývá minimální.

Nejvýraznějším výsledkem je nárůst průtočnosti, resp. pokles ztrát s rostoucí excentricitou rotoru vůči statoru. Pro excentricitu 0,2 mm to činí až 8 % v porovnání s nulovou excentricitou. Je nutné říci, že toto jsou výsledky pro stacionární případ a mohou být ovlivněny dynamickými účinky rotoru při uvažování i translačního pohybu osy rotace.

Při stacionárním uvažování úlohy jakékoliv vyosení rotoru od osy statoru vede ke snížení odporu vůči axiálnímu proudění.

7.2.1 Průběh tlaku – symetrická spára

Podívejme se nyní na průběh statického tlaku pro symetrickou těsnící spáru (nulová excentricita) (Obr. 7.2). Jedná se opět o lineární pokles tlaku v závislosti na délce vykreslený na středním průměru spáry pro jeden vybraný radiální řez. Výjimkou je pouze prvních cca 0,5 mm, kde pozorujeme konstantní průběh tlaku. Je to proto, že 3D geometrie neobsahuje vstupní a výstupní doménu z důvodu již tak velké výpočetní náročnosti a mezní vrstva se tedy tvoří až v prostoru těsnící spáry. Proud poté urazí cca 0,5 mm, než se vliv stěn projeví i na středním průměru, kde snímáme hodnotu tlaku, a my získáme v celém průřezu plně vyvinuté proudění s lineárním poklesem tlaku po délce.



Obr. 7.2. Průběh statického tlaku po délce těsnící spáry s nulovou excentricitou.

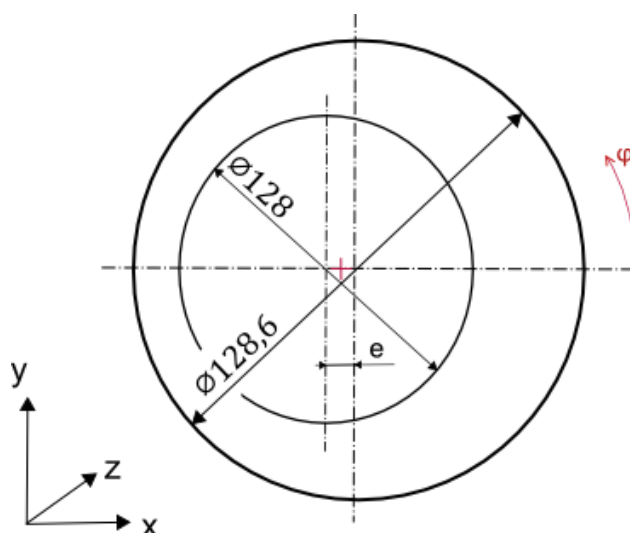
Tato závislost tlaku po délce je rotačně symetrická a našli bychom ji v každém radiálním řezu. Pokud bychom tedy rozvinuly prostor mezi válci do roviny kolmé na Obr. 7.2 a vykreslili si závislost tlaku na axiální vzdálenosti, získali bychom rovinou procházející změřenými body a kolmou na Obr. 7.2.

Pro případy, kdy se rotor vychýlí od osy statoru o excentricitu e , tlak i nadále klesá lineárně v axiálním směru, ale tato závislost již není rotačně symetrická.

Dochází k nárůstu tlaku v oblasti nejmenší vzdálenosti rotoru od statoru, přičemž maximum tlaku se nachází v okolí nejužšího průřezu.

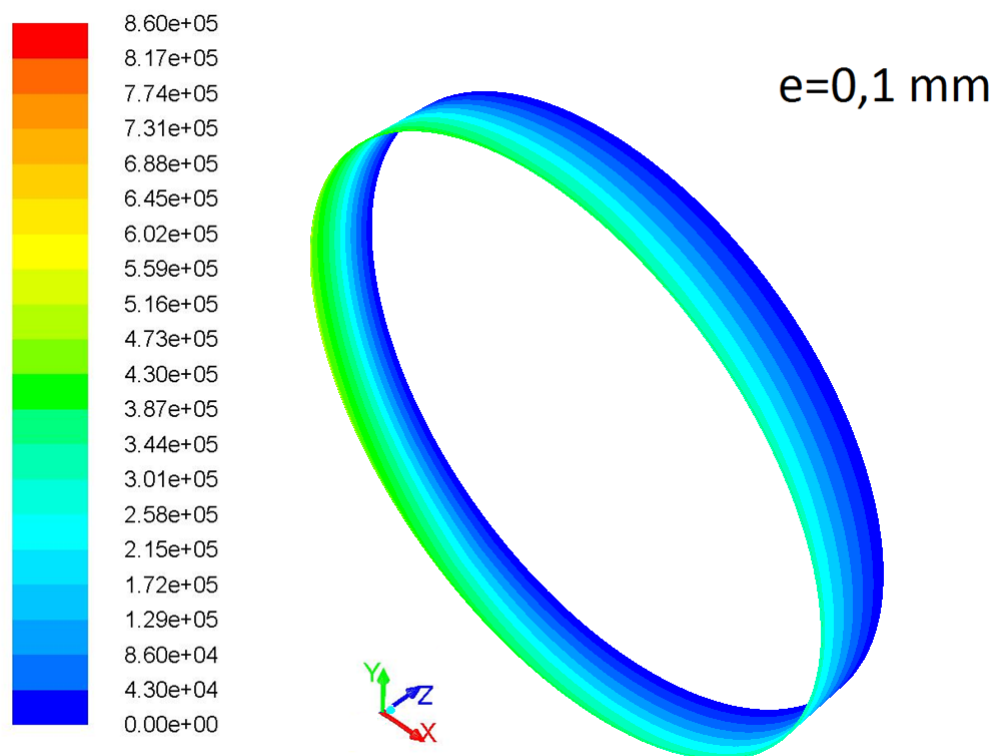
7.2.2 Průběh tlaku – excentrická spára

Vezmeme zbylé dvě geometrie uvažující excentricitu rotoru. Pro popis veličin ve spáře budeme využívat úhlovou vzdálenost, která je měřena v rovině xy a její počátek leží na ose x (viz Obr. 7.3). Kladný směr úhlové vzdálenosti je uvažován v záporném směru osy z . Střed měření úhlu leží na střední vzdálenosti mezi osou rotoru a osou statoru.

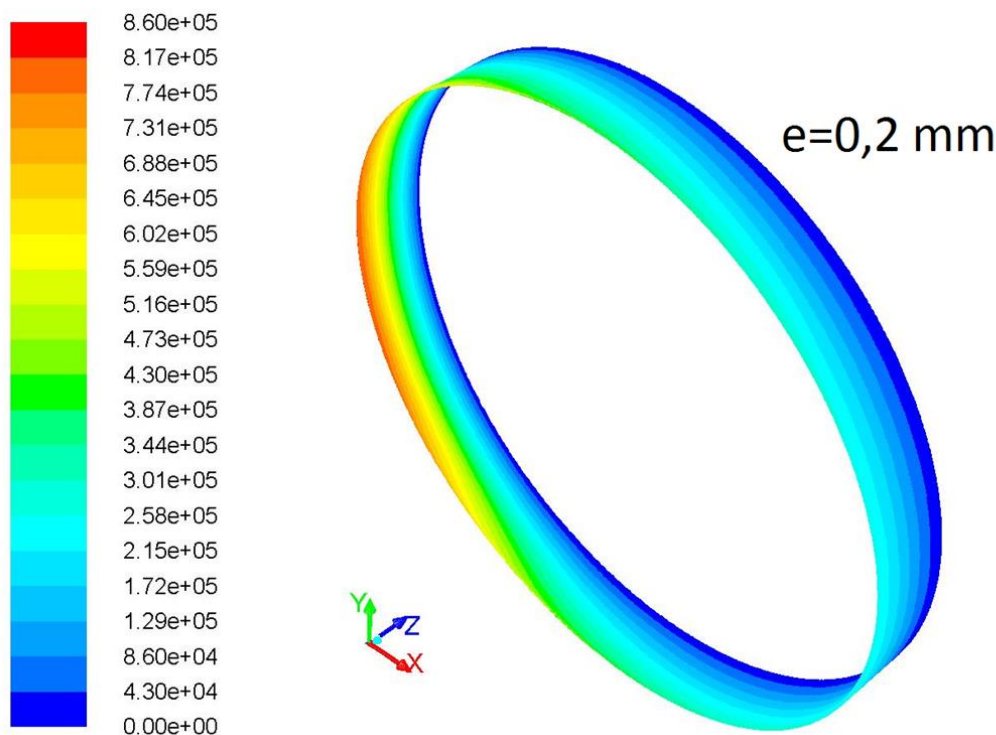


Obr. 7.3. Způsob měření úhlové vzdálenosti

Na Obr. 7.4 a Obr. 7.5 je vykreslen průběh statického tlaku v objemu těsnící spáry (voda teče v kladném směru osy z). Pro případ excentricity $e = 0,1 \text{ mm}$ dochází k nárůstu tlaku až na 587 kPa v oblasti nejužšího průřezu a pro $e = 0,2 \text{ mm}$ je nárůst až na 860 kPa . Jsou zde patrné dva základní způsoby vývoje statického tlaku.



Obr. 7.4. Průběh statického tlaku v objemu těsnící spáry pro excentricitu $e = 0,1 \text{ mm}$.

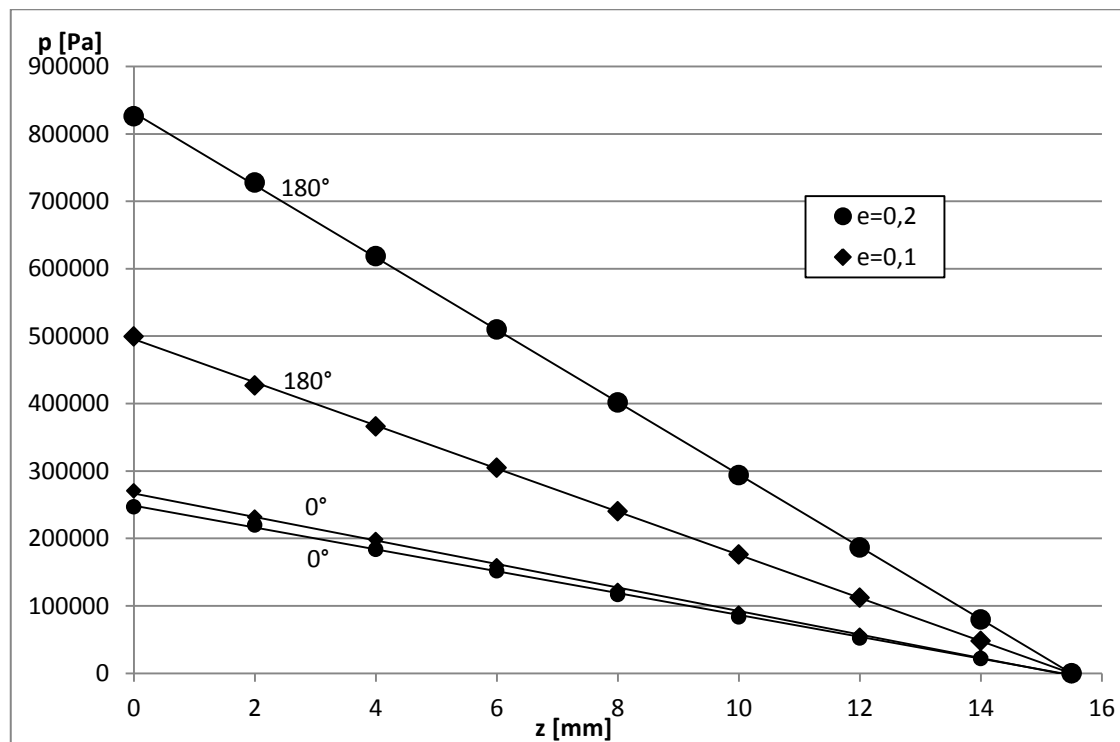


Obr. 7.5. Průběh statického tlaku v objemu těsnící spáry pro excentricitu $e = 0,2 \text{ mm}$.

První způsob vývoje tlaku je shodný s předchozím případem pro $e = 0 \text{ mm}$, jedná se o lineární pokles tlaku ve směru proudění (záporná osa z), což lze podrobně vidět i na Obr 7.6 pro dva vybrané úhly, 0° pro pozici s největším průřezem a 180° pro nejužší průřez. Na rozdíl od Obr. 7.2 vidíme, že pro různé radiální řezy, definované úhlovou

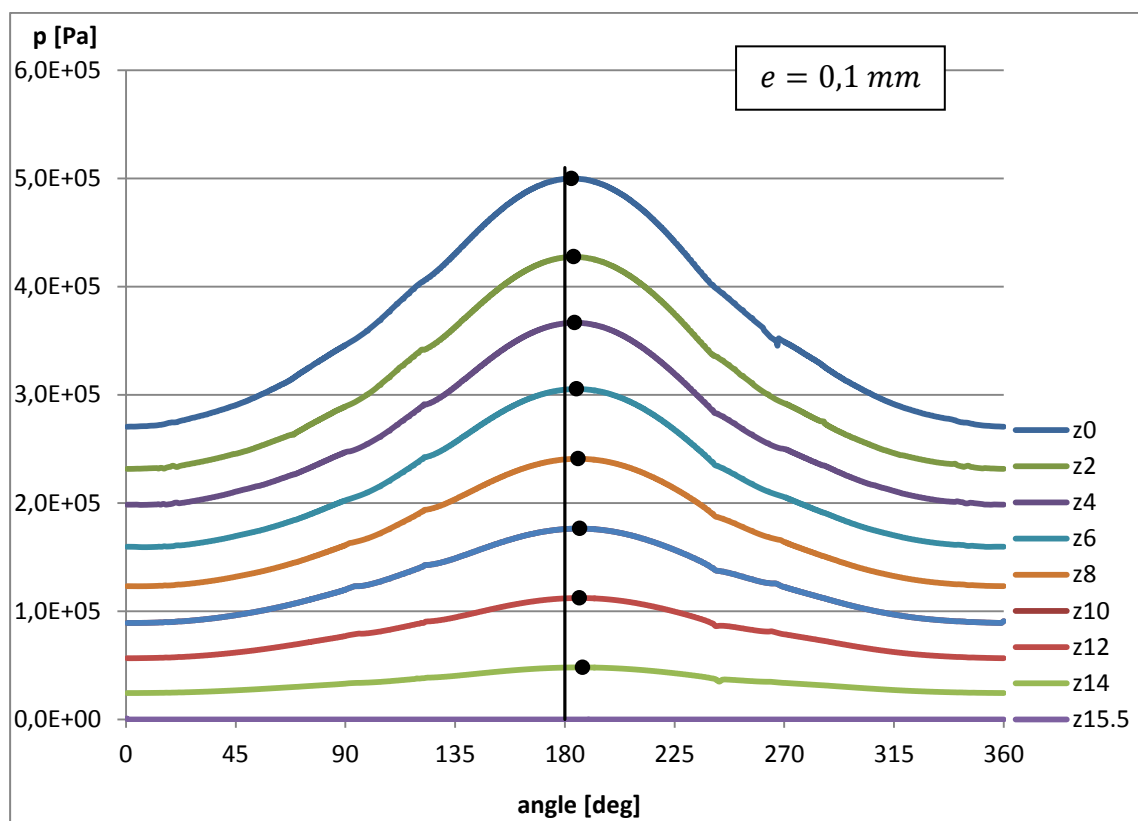
vzdáleností, získáváme různý sklon poklesu funkce a průběh tlaku po délce tedy již není rotačně symetrický.

Maximální hodnota statického tlaku na Obr. 7.6 pro úhel 180° je získaná průměrováním hodnot tlaku v daném radiálním směru a je tedy nižší oproti maximální hodnotě statického tlaku na Obr. 7.4 a Obr. 7.5.

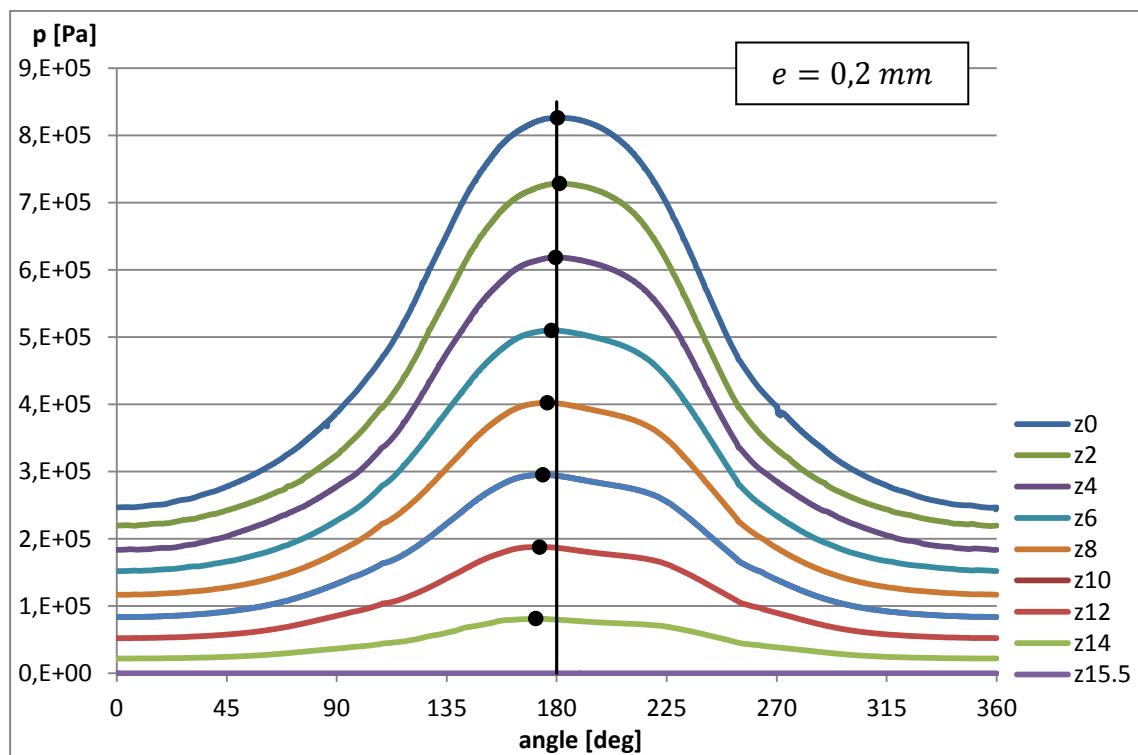


Obr. 7.6. Průběh statického tlaku na středním poloměru mezi rotorem a statorem a definované úhlové vzdálenosti.

Druhým způsobem vývoje statického tlaku je nárůst tlaku směrem z oblasti největšího průřezu do oblasti nejmenšího průřezu. Podrobně to lze vidět na Obr. 7.7 pro excentricitu $0,1 \text{ mm}$ a na Obr. 7.8 pro excentricitu $0,2 \text{ mm}$. Pro spáru s větší velikostí excentricity je patrný výraznější nárůst tlaku v oblasti 180° , přičemž maximum tlaku se přesouvá mírně před nejmenší průřez (z pohledu směru rotace, který je totožný s kladným směrem úhlové vzdálenosti). Občasné narušení hladkosti křivek je způsobeno nepřesností převodu kartézských souřadnic buněk sítě, ve kterých probíhá měření, na cylindrické souřadnice.



Obr. 7.7. Průběh statického tlaku v rovině xy v závislosti na úhlové vzdálenosti pro excentricitu 0.1 mm . Černá tečka znázorňuje maximum tlaku v dané rovině z .



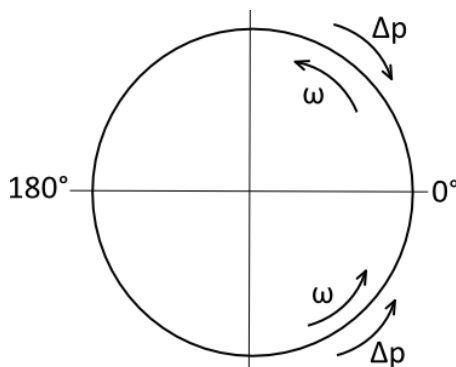
Obr. 7.8. Průběh statického tlaku v rovině xy v závislosti na úhlové vzdálenosti pro excentricitu 0.2 mm . Černá tečka znázorňuje maximum tlaku v dané rovině z .

V obou případech platí, že výsledná síla od statického tlaku působící na rotor směřuje do kladného směru osy x a y (viz Tab. 7.4). Síla působící do směru osy y je v porovnání se silou do osy x cca 30 krát resp. 20 krát menší pro excentricitu $0,1\text{ mm}$ resp. $0,2\text{ mm}$. Zároveň platí, že síla F_x působí proti vychylování rotoru ze symetrické polohy.

e	F_x [N]	F_y [N]
0,1	170,88	5,4
0,2	448,54	22,48

Tab. 7.4. Silové působení kapaliny na rotor.

Při pohledu na Obr. 7.7 a Obr. 7.8 by se dalo usuzovat na možnost vzniku zpětného proudění. Vysvětlíme si to na jednoduchém obrázku (viz Obr. 7.9), kde šipka označená ω představuje směr působení rotoru na vodu a šipka označená Δp znamená směr působení tlakového spádu na vodu. V oblasti od 180° do 360° (3. a 4. kvadrant) působí rotor a tlakový spád v souhlasném směru a dochází ke vzájemnému posilování vlivu na kapalinu. Naopak mezi 0° a 180° (1. a 2. kvadrant) působí tlakový spád proti směru rotace rotoru a voda je tlakovým gradientem bržděna. Pokud tlakový gradient převáží nad vlivem otáčení rotoru, pak dojde k zastavení kapaliny a jejímu zpětnému proudění proti směru otáčení rotoru.

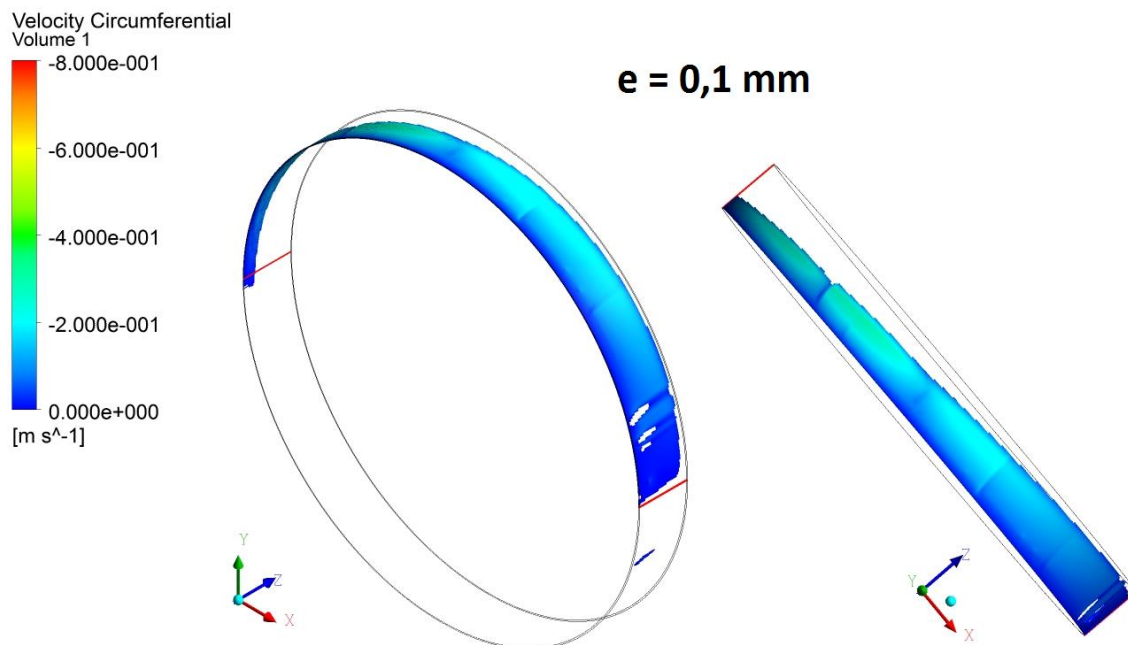


Obr. 7.9. Směr působení rotace hřídele a tlakového spádu na kapalinu.

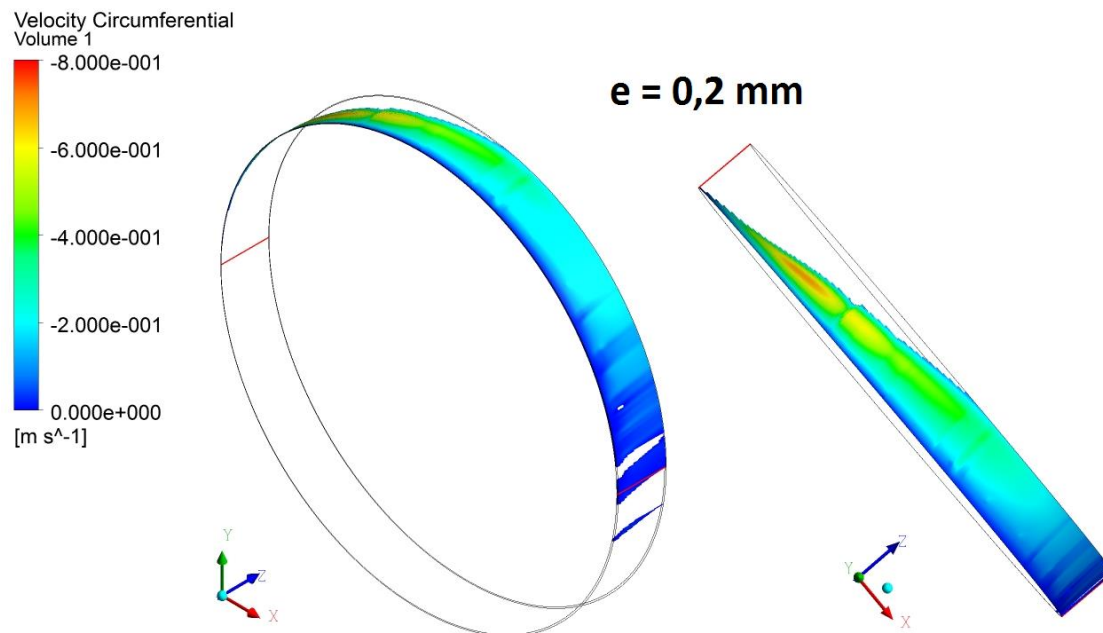
Pokud si pro obě dvě excentrické těsnící spáry vykreslíme pouze objem se zápornou složkou tangenciální rychlosti (tj. proti směru rotace rotoru), získáme Obr. 7.10 a Obr. 7.11. Červená značka označuje řez rovinou xz , tedy úhlové vzdálenosti 0° a 180° . Jedná se většinou o nízké hodnoty rychlostí, ale pomohou nám lépe pochopit proudění ve spárách. První významnější tvorba protisměrného proudění se vytváří pro obě excentricity v blízkosti 0° a umocňuje se ve směru rotace do míst vyššího tlaku. Porovnejme to s Obr. 7.7 a Obr. 7.8, kde ve směru rotace právě za radiálním řezem 0° vzniká kladný tlakový gradient způsobující zpomalování proudu především v blízkosti statoru a nakonec i jeho utržení a výsledné zpětné proudění.

Jev zpětného proudění obepíná větší úhel okolo hřídele blíže ke vstupu do spáry. V těchto místech je totiž největší tlakový gradient v obvodovém směru (viz Obr. 7.7 a Obr. 7.8 rovina $z = 0$), který déle odolává působení rotace hřídele v kladném směru a zpětné proudění má delšího trvání. Se zmenšujícím se průřezem je však vliv rotujícího povrchu hřídele v prostoru spáry stále významnější. To je také důvod, proč pro excentricitu $e = 0,1\text{ mm}$ i přes menší tlakový gradient, v porovnání s větší excentricitou, vydrží zpětné proudění mnohem déle. Rotor je zde totiž dále od povrchu

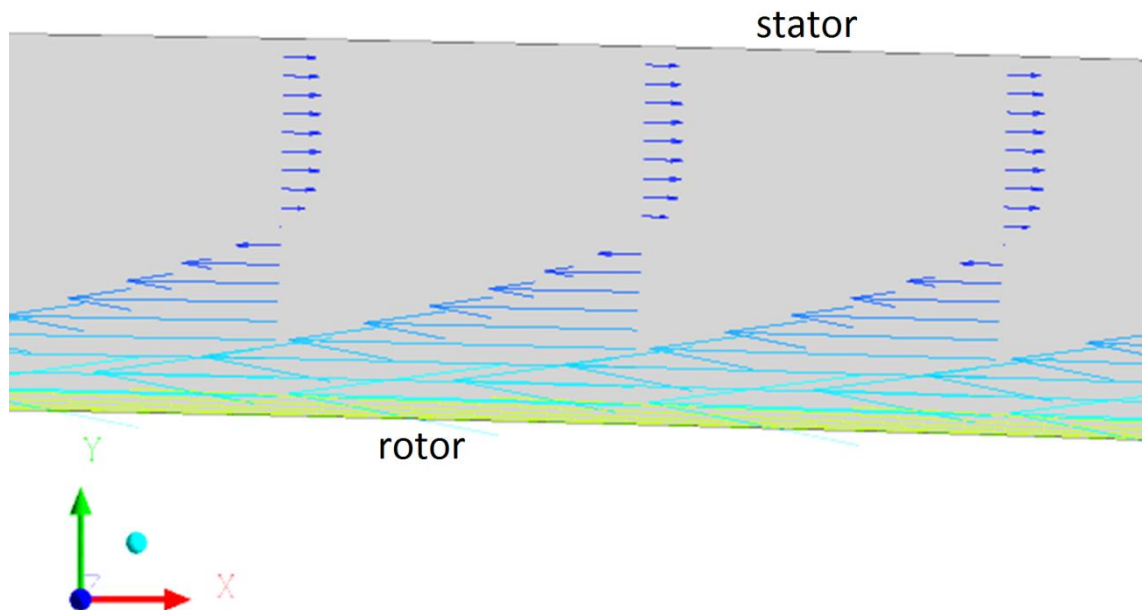
statoru a vliv rotace hřídele nedosahuje s dostatečnou energií až ke stěně statoru, čímž umožňuje existenci protisměrného proudění ve větším objemu.



Obr. .7.10. Vizualizovaný objem se zápornou tangenciální složkou rychlosti kapaliny (protisměrné proudění) pro spáru s excentricitou $e = 0,1$ mm.



Obr. .7.11. Vizualizovaný objem se zápornou tangenciální složkou rychlosti kapaliny (protisměrné proudění) pro spáru s excentricitou $e = 0,2$ mm.



Obr. 7.12. Řez těsnicí spárou $z = 7.75$; $\varphi = 85^\circ$; $e = 0,2 \text{ mm}$, průběh tangenciální rychlosti

Na Obr. 7.12 je zobrazen výsek roviny definovaný souřadnicí $z = 7.75$ s průběhem tangenciální složky rychlosti. V horní části domény blíže ke statoru je patrné zpětné proudění proti směru rotace hřídele. Přibližně na polovině vzdálenosti mezi statorem a rotorem je vliv působení tlakového gradientu a rotace povrchu hřídele vyrušen a kapalina nerotuje.

8 Matice těsnících spár a porovnání s analytickým vztahem

Prakticky vždy se snažíme přistupovat k řešení proudění nejen numericky, ale také analyticky. Je to zejména proto, že výsledné analytické rovnice jsou relativně jednoduché a pro jejich následnou aplikaci je zapotřebí minimální výpočetní výkon a čas. Zároveň nám pomáhají vidět popisované jevy z jiné perspektivy a lépe vidíme vliv jednotlivých veličin, které ovlivňují daný jev.

V této kapitole srovnáme právě přístup analytický s tím numerickým. Ačkoliv je totiž program FLUENT silný a léty prověřený nástroj, je více než rozumné zkontrolovat naše výpočty s analytickými vztahy, které byly odvozeny z reálných experimentů.

Tímto si nejen opět zkontrolujeme nastavení parametrů v programu FLUENT za jiných podmínek, ale jsme také zároveň schopni testovat platnost analytického vztahu na zvoleném spektru těsnících spár a získat zpětnou vazbu v podobě detailnějšího pochopení proudění v těchto prvcích.

Vytvoříme matici těsnících spár, kde proměnnými budou:

- délka – 13.5, 15.5, 17.5 [mm]
- tloušťka – 0.1, 0.2, 0.3 [mm]
- počet komůrek – 0, 1, 2, 3
- tvar komůrek – kruh, čtverec

Okrajové podmínky zůstávají pro celou matici stejné (viz Tab. 8.1).

Zadané parametry		
$\Delta p = p_i - p_o$	340 kPa	Tlakový spád
n	3600 rpm	Otáčky rotoru
D	128 mm	Průměr rotoru
α	0	Předrotace na vstupu

Tab. 8.1. Okrajové podmínky zadávané v programu FLUENT.

Pro možnost porovnání našich výpočtů s analytickým přístupem, budeme uvažovat vstupní a výstupní ztráty. Schéma geometrie spáry bude tedy odpovídat Obr. 4.4.

Výpočet proudění bude pro naše potřeby dostatečně přesný, pokud bylo iterativně dosaženo statického tlakového spádu s přesností alespoň 99,7 %.

8.1 Matice těsnících spár: kruh

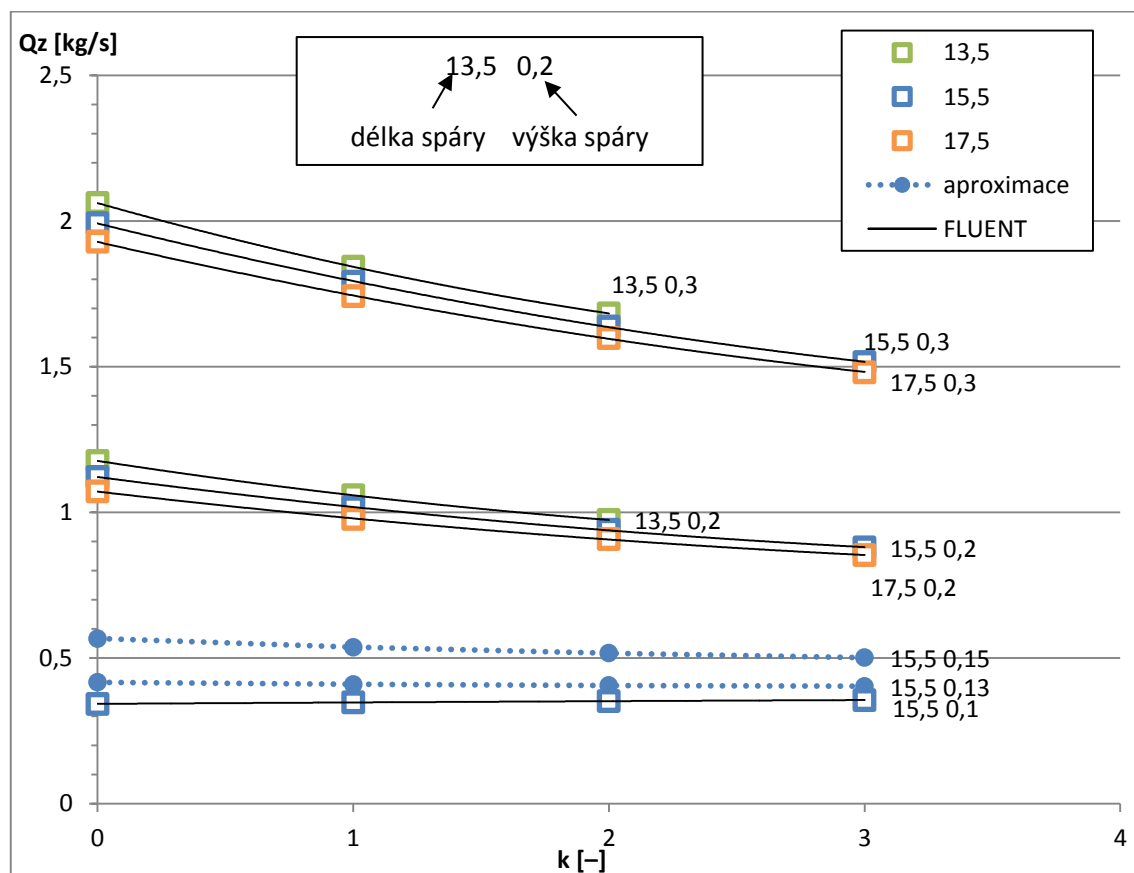
Provedli jsme výpočet proudění celkem pro 26 různých těsnících spár s kruhovou expanzní komůrkou, jejichž průtočnosti jsou zaneseny v Tab. 8.2. Sloupce jsou rozděleny dle délek spár s krokem 2 mm, podkategorie představují výšky spár od 0,1 mm až 0,3 mm. Každý řádek poté je identifikován počtem expanzních komůrek 0 až 3.

FLUENT – KRUHOVÁ KOMŮRKA – PRŮTOČNOST [KG/S]										
délka spáry l [mm]		13,5			15,5			17,5		
výška spáry δ [mm]		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	1,1762	2,0612	0,3421	1,1215	1,9923	/	1,0715	1,9287
	1	/	1,0580	1,8425	0,3469	1,0161	1,7907	/	0,9766	1,7413
	2	/	0,9734	1,6824	0,3513	0,9394	1,6378	/	0,9083	1,5977
	3	/	/	/	0,3552	0,8796	1,5154	/	0,8523	1,4806

Tab. 8.2. Matice těsnících spár s kruhovou expanzní komůrkou.

U těsnících spár délky $13,5 \text{ mm}$ byly přítomny maximálně dvě komůrky s ohledem na omezenou délku těsnící spáry.

Již na první pohled vykazují měření některé jednoduché závislosti, které si podrobně popíšeme. Je například zřejmé, že pro konstantní délku průtočnosti klesá s rostoucím počtem komor a se zmenšující se výškou spáry (Obr. 8.1). Největší průtočnosti (nejmenší těsnosti) dosahujeme pro kombinaci spáry výšky $0,3 \text{ mm}$ a s hladkým povrchem bez komůrek. Dále na Obr. 8.1 vidíme, že zmenšování výšky spáry má největší vliv na pokles průtočnosti pro hladkou spáru ($k = 0$) a s rostoucím počtem komůrek je pokles méně výrazný.



Obr. 8.1. Závislost průtočnosti na počtu kruhových komůrek, délce a výšce těsnící spáry. Body jsou proloženy polynomelem druhého stupně. Tenká černá čára prokládá změřená data, tečkovaná čára prokládá aproximovaná data.

V grafu na Obr. 8.1 se odehrává jeden důležitý jev. Je jím změna tendence průtočnosti pro výšku spáry $0,1\text{ mm}$. Na rozdíl od všech ostatních výšek spár, má zde průtočnost s rostoucím počtem komůrek snahu růst. To by znamenalo, že pokud je naším cílem snížení průtočnosti, pak bychom vytvářením expanzních komůrek naopak zhoršovali těsnost systému. Vše se sice odehrává na úrovni tisícín až setin kg/s , ale je důležité vědět, že existuje určitá limitní hodnota výšky spáry, pod kterou není vhodné narušovat hladký tvar spáry za daných okrajových podmínek. Tuto závislost bychom získali i pro zbylé délky těsnících spár.

Proč se tak ale děje? Možným vysvětlením je překlopení „jazýčku vah,“ představujících třecí ztrátu, z komůrek na rovné úseky spáry. Ve většině případů expanzní komůrky hrály roli prvku s dominantní tlakovou ztrátou. Proto jsme je také vytvářeli. Pokud však zmenšíme výšku těsnící spáry natolik, že právě těsnící spára bude tím nejvýznamnějším ztrátovým faktorem, pak vytvoření jakéhokoliv rozšíření spáry, jako například komůrky, povede ke zmenšení tlakových ztrát ve spáře neboli nárůstu průtočnosti⁶.

Tento jev byl výpočetně zaznamenán pro výšku spáry $0,1\text{ mm}$. Z průběhu aproximačních funkcí na Obr. 8.1 se lze domnívat, že ztráta významu komůrek nastává při větší výšce komůrky, kde má funkce derivaci rovnu nule (je vodorovná). Ze znalosti závislosti průtočnosti na výšce spáry $Q_m = Q_m(\delta)$ (viz příloha 21) jsme schopni s jistou přesností odvodit průběhy funkcí pro tloušťky spár $0,1\text{ mm} \leq \delta \leq 0,3\text{ mm}$. Z těchto funkcí následně vyplývá, že přibližně pro $\delta = 0,11\text{ mm}$, jakousi limitní výšku spáry, začíná mít závislost průtočnosti na počtu komůrek konstantní charakter. Jinak řečeno, zvyšování počtu komůrek za touto hranicí nevede ke snižování průtočnosti. Z ekonomického pohledu bychom stanovili limitní výšku spáry o něco větší, protože náklady na výrobu komůrek nejsou schopny přinést dostatečné zlepšení těsnosti spáry.

8.2 Matice těsnících spár: čtverec

Zopakujeme postup z předchozí kapitoly na komůrkách čtvercového tvaru. Opět stejná matice s 26 různými variantami. Veškeré výsledky jsou zaneseny v Tab. 8.3.

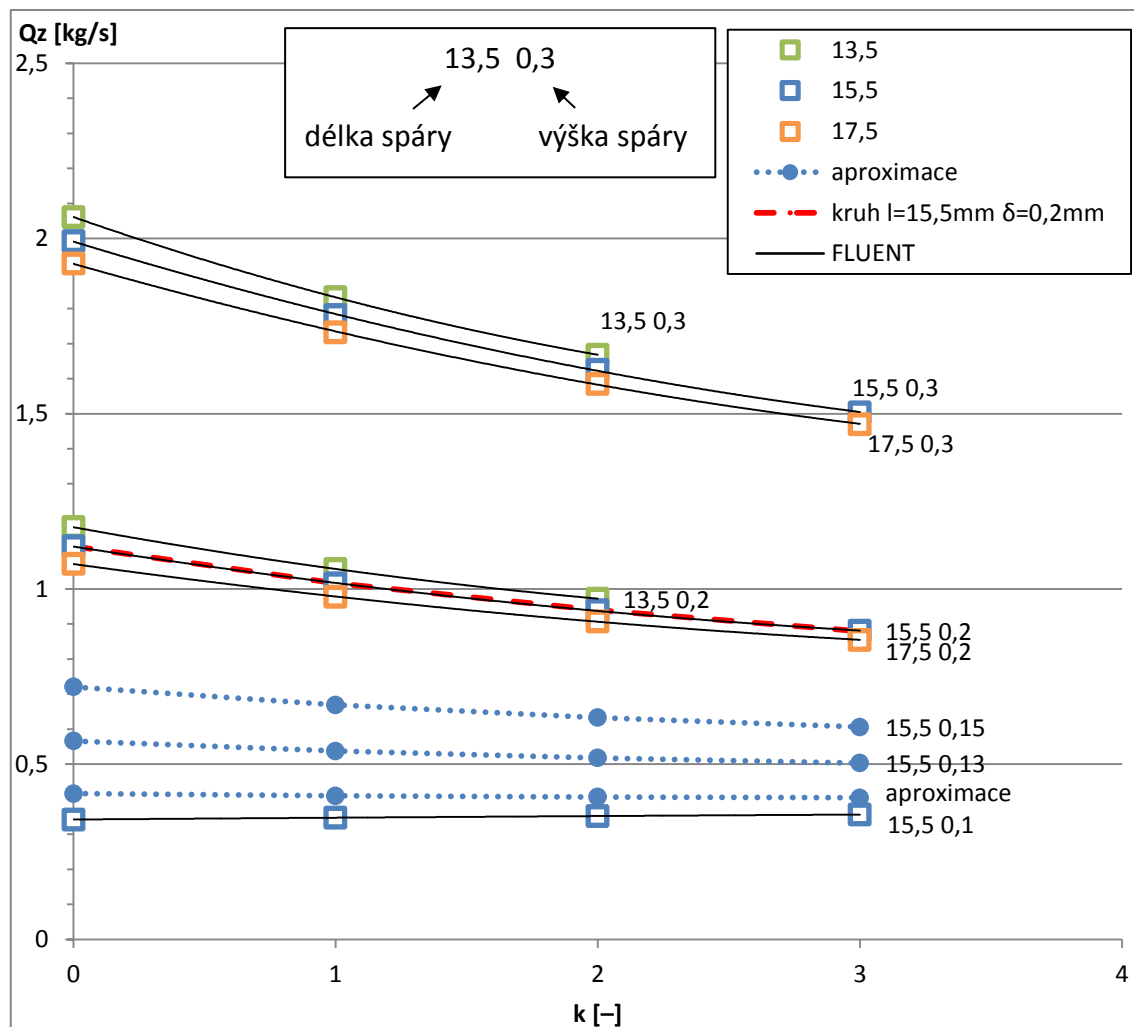
FLUENT – ČTVERCOVÁ KOMŮRKA – PRŮTOČNOST [KG/S]										
délka spáry l [mm]		13,5			15,5					
výška spáry δ [mm]		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	1,1762	2,0612	0,3421	1,1215	1,9923	/	1,0715	1,9287
	1	/	1,0570	1,8323	0,3469	1,0155	1,7812	/	0,9773	1,7325
	2	/	0,9723	1,6681	0,3522	0,9389	1,6255	/	0,9076	1,5853
	3	/	/	/	0,3561	0,8807	1,5039	/	0,8544	1,4703

Tab. 8.3. Matice těsnících spár se čtvercovou expanzní komůrkou.

Opět si můžeme povšimnout podobných závislostí mezi jednotlivými prvky matice, jako tomu bylo u komůrek kruhového tvaru. Znovu se nám zde opakuje jev navýšení průtočnosti s počtem komůrek pro těsnící spáru o výšce $0,1\text{ mm}$. Veškeré hodnoty jsou zaneseny na Obr. 8.2.

⁶ Tento závěr nelze aplikovat na výrazněji odlišné geometrie, jako jsou např. *honeycomb housing* (San Andrés 2009) [11] bez přechodního výpočtu proudění nebo provedeného experimentu.

Obr. 8.2 je opět doplněn o teoreticky vypočítané průtočnosti (Obr. 8.2 modrá čárkovaná čára) v oblasti výšky těsnící spáry $0,1 \text{ mm} \leq \delta \leq 0,2 \text{ mm}$. Celkový vzhled grafu je velice podobný případu s kruhovou komůrkou. Porovnání jednoho takového průběhu průtočnosti mezi kruhovým a čtvercovým profilem je vykresleno pro délku $15,5 \text{ mm}$ a výšku spáry $0,2 \text{ mm}$ (Obr. 8.2 červenou čárkovanou čarou). Mezi daty je pouze minimální odchylka. Tyto odchylky budeme ještě podrobně rozebírat v dalším textu.



Obr. 8.2. Závislost průtočnosti na počtu čtvercových komůrek, délce a výšce těsnící spáry. Body jsou proloženy polynomem druhého stupně. Pro porovnání je vynesena závislost kruh 15,5 0,2 (červená čárkovaná čára).

Známe již podobu matic průtočností pro kruhovou a čtvercovou expanzní komůrku. Velikost a tvar matic jsou identické. V této kapitole zavedeme třetí, analytickou matici těsnících spár. Budeme sledovat jak míru odchylky matice z programu FLUENT od analytické matice, tak rozdíly mezi maticemi z programu FLUENT navzájem.

V analytickém vztahu (3.7) figurují i experimentálně zjištěné koeficienty, které byly určeny pro hladké i tvarované těsnící spáry. V další části kapitoly budeme modifikovat hodnotu těchto koeficientů pro hledání minima odchylky FLUENTovské od analytické matice.

8.3 Analytická matice

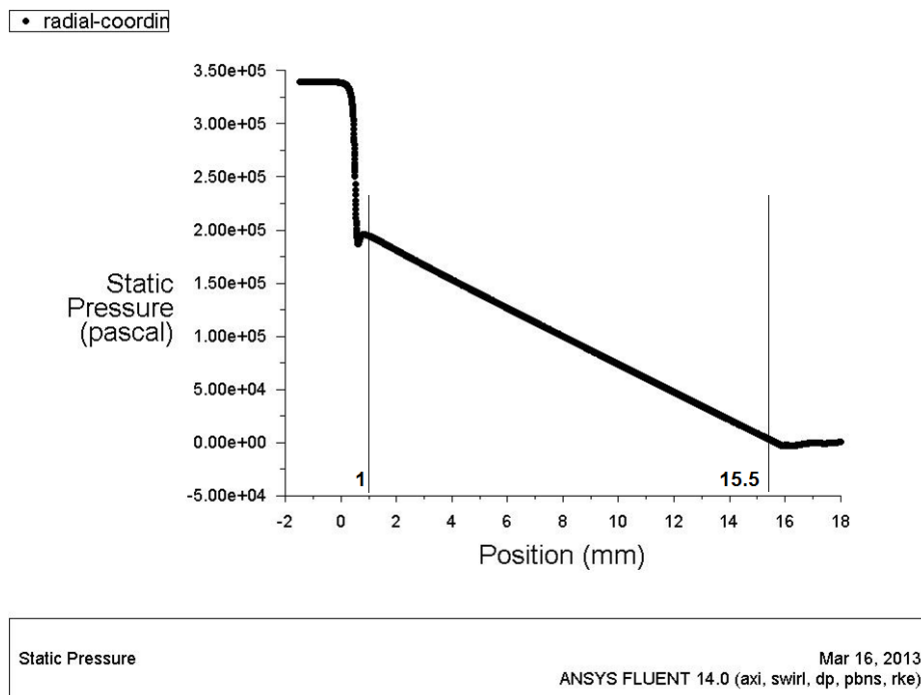
Potřebujeme nyní vytvořit analytickou matici stejného typu, jako jsou matice z programu FLUENT. K tomu využijeme vztahy (3.3), (3.6) a (3.7) Nami vytvořené matice operovaly s parametry délka l , výška těsnicí spáry δ , počet k a typ expanzních komůrek. Ve vztahu (3.3) však není zavedena korekce pro tvar expanzní komůrky a navíc se zde vyskytuje součinitel tření λ .

Vztah (3.3) nezohledňuje tvar komůrky, přičemž se uvažuje, že bude nejčastěji kruhového, resp. čtvercového tvaru, nebo jiného velice podobného tvaru. Jinak řečeno, vytvoříme pouze jednu analytickou matici platnou pro porovnání s kruhovou i čtvercovou komůrkou zároveň.

Součinitel tření λ budeme muset teprve určit. Ačkoliv je totiž ve vztahu proměnným parametrem, použitý model turbulence (*enhanced wall treatment*) ve FLUENTu ho neumožňoval jakkoliv měnit a byl pevně stanovený ve vlastnostech proudění. Protože ale potřebujeme porovnat výsledky získané ze vztahu (3.7) s výsledky z FLUENTu, musíme najít společnou hodnotu λ . Z praxe můžeme předem odhadnout, že jeho velikost by se měla pohybovat mezi cca 0,02 až 0,05 pro materiály běžně používané pro tyto účely a dále budeme hledat konkrétní číselnou velikost.

Využijeme všechny způsoby k určení λ , které jsme zmínili v kapitole 3.2.2 a to ve stejném pořadí a pouze pro hladké těsnicí spáry bez expanzních komůrek.

Víme, že součinitel tření souvisí s délkovými ztrátami a tedy poklesem tlaku na rovných úsecích těsnicí spáry. Proto budeme při následujících určování jeho velikosti, provádět měření střední axiální rychlosti a statického tlaku na rovném úseku těsnicí spáry s vyvinutým prouděním. Např. pro těsnicí spáru délky 15,5 mm a výšky spáry 0,2 mm se jedná o úsek mezi pozicemi 1 mm a 15,5 mm (viz Obr. 8.3).



Obr. 8.3. Průběh statického tlaku po délce těsnicí spáry. Jedná se o těsnicí spáru délky 15,5 mm a výšky 0,2 mm.

8.3.1 První způsob určení součinitele tření

Vyjdeme z textu v kapitole 3.2.2.1 a využijeme vztahy (3.10) a (3.11), původně odvozené pro kruhové potrubí. Výsledné velikosti součinitele tření změřené pro hladké těsnící spáry, vyskytující se v Tab. 8.2 a Tab. 8.3, jsou zaneseny do Tab. 8.4.

Délka spáry	l [mm]	13,5		15,5			17,5	
Výška spáry	δ [mm]	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3
Střední axiální rychlost	c_t [m/s]	14,63	17,09	8,51	13,95	16,52	13,33	15,99
Reynoldsovo číslo	Re [–]	5520,4	9673,7	1605,5	5263,2	9350,2	5028,7	9051,6
Altšul	λ [–]	0,0374	0,0317	0,0568	0,0380	0,0320	0,0385	0,0323
Blasius	λ [–]	0,0367	0,0319	0,0500	0,0371	0,0322	0,0376	0,0324

Tab. 8.4. Výpočet součinitele tření dle Altšula a Blasiusu.

V Tab. 8.4 vyloučíme hodnotu λ pro výšku spáry $0,1\text{ mm}$, protože Reynoldsovo číslo neleží v požadovaném intervalu dle (3.10) v případě Altšula a také Blasiusu (3.11).

8.3.2 Druhý způsob určení součinitele tření

Využijeme další způsob popsáný v kapitole 3.2.2.2 za použití vztahu (3.13). V něm se vyskytuje člen s podílem $\frac{e}{D_h}$ [–] vyjadřující relativní drsnost. Pro plně vyvinuté turbulentní proudění budeme uvažovat hydraulicky hladké vedení, ve kterém jsou nerovnosti na povrchu materiálu schovány v mezní vrstvě. Relativní drsnost se tedy bude blížit hodnotě nula a tento člen vypadne. S upraveným vztahem (3.13) poté vytvoříme výsledné řešení v Tab. 8.5.

Délka spáry	l [mm]	13,5		15,5			17,5	
Výška spáry	δ [mm]	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3
Střední axiální rychlost	c_t [m/s]	14,63	17,09	8,51	13,95	16,52	13,33	15,99
Reynoldsovo číslo	Re [–]	5520,4	9673,7	1605,5	5263,2	9350,2	5028,7	9051,6
Friction factor	f [–]	0,0092	0,0078	0,1312	0,0093	0,0079	0,0094	0,0079
Součinitel tření	λ [–]	0,0366	0,0313	0,0525	0,0371	0,0316	0,0376	0,0319

Tab. 8.5. Výpočet součinitele tření dle vztahu podle Colebrook, upraveným panem Moody.

V Tab. 8.5 je opět nutné vyloučit hodnotu λ kvůli Reynoldsovu číslu, které je nižší než dolní mez intervalu 4000 požadovaná vztahem (3.13).

8.3.3 Třetí způsob určení součinitele tření

Jako další metodu použijeme závěry experimentu Black a Cochrane (Storteig, 1999) [13] popsané vztahem (3.14), výsledky jsou vyneseny v Tab. 8.6.

Délka spáry	l [mm]	13,5		15,5			17,5	
Výška spáry	δ [mm]	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3
Střední axiální rychlost	c_t [m/s]	14,63	17,09	8,51	13,95	16,52	13,33	15,99
Reynoldsovo číslo	Re [–]	5520,4	9673,7	1605,5	5263,2	9350,2	5028,7	9051,6
Friction factor	f [–]	0,0092	0,0079	0,0125	0,0093	0,0080	0,0094	0,0081
Součinitel tření	λ [–]	0,0367	0,0319	0,0499	0,0371	0,0321	0,0375	0,0324

Tab. 8.6. Výpočet součinitele tření dle experimentu Black a Cochrane.

I tentokrát bylo nutné vyloučit hodnotu λ v Tab. 8.6, protože Reynoldsovo číslo je nižší než 4000 (viz popis vztahu (3.14)).

8.3.4 Čtvrtý způsob určení součinitele tření

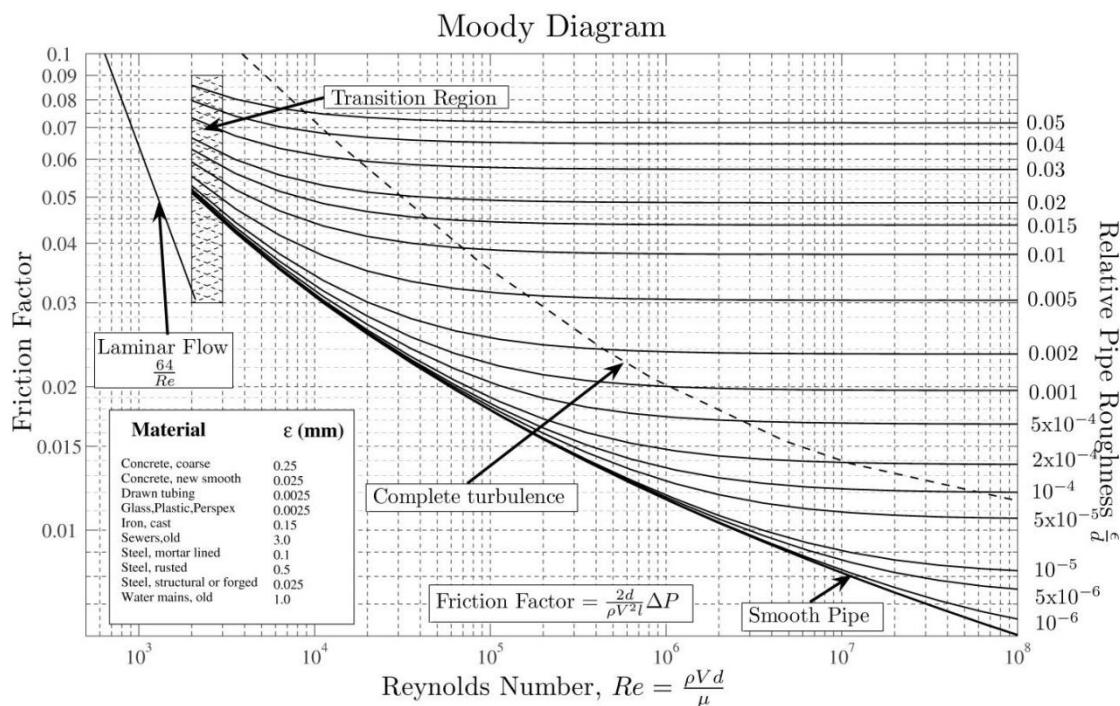
Poslední metoda, kterou použijeme, bude od těch předcházejících odlišná. Je odvozena z Bernoulliho rovnice a jako jediná z metod vyžaduje také měření tlakového spádu na dané délce těsnicí spáry. V Tab. 8.7 jsou zapsány hodnoty λ vypočtené dle vztahu (3.18).

Typ spáry	Výška spáry	Friction factor	Souč. tření	Střední ax. rychlost	Pozice	Tlak	Pozice	Tlak	Měřená délka	Tlakový spád
l [mm]	δ [mm]	f [–]	λ [–]	c_t [m/s]	x_1 [mm]	p_1 [Pa]	x_2 [mm]	p_2 [Pa]	Δx [mm]	Δp [Pa]
13,5	0,2	0,0134	0,0534	14,63	1	179576,3	13,5	1207,087	12,5	178369,2
	0,3	0,0107	0,0429	17,09	1,5	122772,7	13,5	–2183,7	12	124956,4
15,5	0,1	0,0256	0,1025	8,51	1	277456,9	15,5	8832,856	14,5	268624,1
	0,2	0,0137	0,0547	13,95	1	193922,9	15,5	1260,432	14,5	192662,4
	0,3	0,0106	0,0424	16,52	1	137547,6	15,5	–1966,89	14,5	139514,5
17,5	0,2	0,0140	0,0561	13,33	1	206446	17,5	1300,157	16,5	205145,8
	0,3	0,0108	0,0433	15,99	1	150379,1	17,5	–1755,09	16,5	152134,2

Tab. 8.7. Výpočet součinitele tření dle přímého měření těsnících spár.

8.3.5 Vyhodnocení velikosti součinitele tření

Pokud vyneseme získané hodnoty součinitele λ do grafu (viz příloha 22), zjistíme, že existuje jistá závislost λ na výšce těsnicí spáry, resp. axiální rychlosti. To odpovídá průběhu Moodyho diagramu pro hladké potrubí na Obr. 8.4 křivka *smooth pipe*. Závislost součinitele na rychlosti proudění se bude objevovat i u těsnících spár s expanzními komůrkami. Jedná se ale o menší změny velikosti a pro mírné zjednodušení je zanedbáme. Součinitel λ tedy určíme pouze pro danou výšku spáry bez ohledu na počet přítomných komůrek.



Obr. 8.4. Moodyho diagram [4].

První tři metody využívající teorie podobnosti s prouděním v potrubí, po vyloučení výšky spáry $0,1 \text{ mm}$ kvůli nesplněným kritériím použití vztahů, dosahují relativně velké vzájemné shody při výpočtu λ . Jejich průměrné hodnoty jsou zaneseny v Tab. 8.8.

Metoda	Součinitel tření λ [-]		
	$\delta=0,1$	$\delta=0,2$	$\delta=0,3$
1 Altšul	/	0,0380	0,0320
1 Blasius	/	0,0371	0,0322
2	/	0,0371	0,0316
3	/	0,0371	0,0321
Střední hodnota	/	0,0373	0,0320

Tab. 8.8. Průměrné hodnoty součinitele tření pro první tři metody.

Průměrné hodnoty součinitele λ pro čtvrtou metodu jsou v Tab. 8.9.

4. metoda	Součinitel tření λ [-]		
	$\delta=0,1$	$\delta=0,2$	$\delta=0,3$
Střední hodnota	0,103	0,0548	0,0429

Tab. 8.9. Průměrné hodnoty součinitele tření pro čtvrtou metodu.

Za předpokladu správnosti prvních tří metod, je nepříjemností, že čtvrtá metoda, která využívá přímého měření tlakového spádu, se od zbylých tří metod liší v průměru

o cca 40 % pro výšky spáry 0,2 mm a 0,3 mm. Což vzhledem k jinak velké koherentnosti výsledků představuje zřetelnou odchylku.

Je možné, že rozdíl je způsoben zavedením předpokladu pana Frank White (1998) [16]. Ten říká, že vztahy původně odvozené pro kruhové potrubí, lze použít i pro jiné nekruhové průřezy a to s odchylkou 15 %. Nevysvětluje to sice plně vznik odchylky této velikosti, ale je to jeden z možných důvodů. Těsnicí spára totiž představuje rozměrově v celku extrémní podmínky a nominální odchylka 15 % může být tak zesilována.

Dalším důvodem ke vzniku odchylky je možná typ modelu turbulentního proudění. Hodnota součinitele tření poukazuje na větší tlakové ztráty v objemu hladké části těsnicí spáry. Ty mohou být způsobeny zvýšenou velikostí disipace energie, která je charakteristická pro každý model turbulence. Dělo by se tak navzdory tomu, že jsme prováděli v kapitole 4 kalibraci, kontrolu správnosti použití modelu pro proudění ve spárách a výsledky byly uspokojující.

Rozdílu v součinitelích tření se budeme podrobně věnovat v kapitole 10.

Vzhledem k tomu, že máme nyní k dispozici data o průtočnosti pouze modelovaná programem FLUENT a nemáme možnost porovnání s reálným experimentem, je vhodné pracovat pouze s poslední čtvrtou metodou, která vychází z přímého měření poklesu tlaku na délce. Rovnice (3.7) pracuje se součinitelem tření jako s proměnou a tak po dosazení ze čtvrté metody můžeme přikročit k porovnání FLUENTovských matic s analytickou maticí. V následujících odstavcích budeme tedy uvažovat součinitel tření λ roven 0,0488.

8.3.6 Vytvoření analytické matice

Máme již dostatek informací pro vytvoření analytické matice (viz Tab. 8.10) za použití vztahů (3.3), (3.6) a (3.7).

ANALYTIKA – OBECNÁ KOMŮRKA – průtočnost [kg/s]										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm] δ [mm]	Délka								
		13,5			15,5			17,5		
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	1,1449	2,0018	0,3402	1,1008	1,9461	/	1,0614	1,8949
	1	/	0,9933	1,6646	0,3221	0,9641	1,6321	/	0,9373	1,6016
	2	/	0,8895	1,4551	0,3065	0,8683	1,4333	/	0,8485	1,4125
	3	/	/	/	0,2930	0,7963	1,2930	/	0,7810	1,2777

Tab. 8.10. Analytická matice těsnících spár pro obecný typ expanzní komůrky.

Vykreslená matice se hodnotově chová velice podobně jako předchozí matice z programu FLUENT. Až na jednu výjimku. Pro výšku spáry 0,1 mm a délku 15,5 mm klesá průtočnost spárou s rostoucím počtem expanzních komůrek. Je to přirozená vlastnost definice vztahu pro průtokový součinitel (3.7). Obdobný výsledek bychom získali i při dalším zmenšování rozměru δ . Vztah totiž není schopen zachytit změnu v chování tlakové ztráty způsobené rovnými úseky spáry a přítomnými komůrkami, tak jak je tomu u FLUENTovských matic. Více patrné to bude na následujících řádcích.

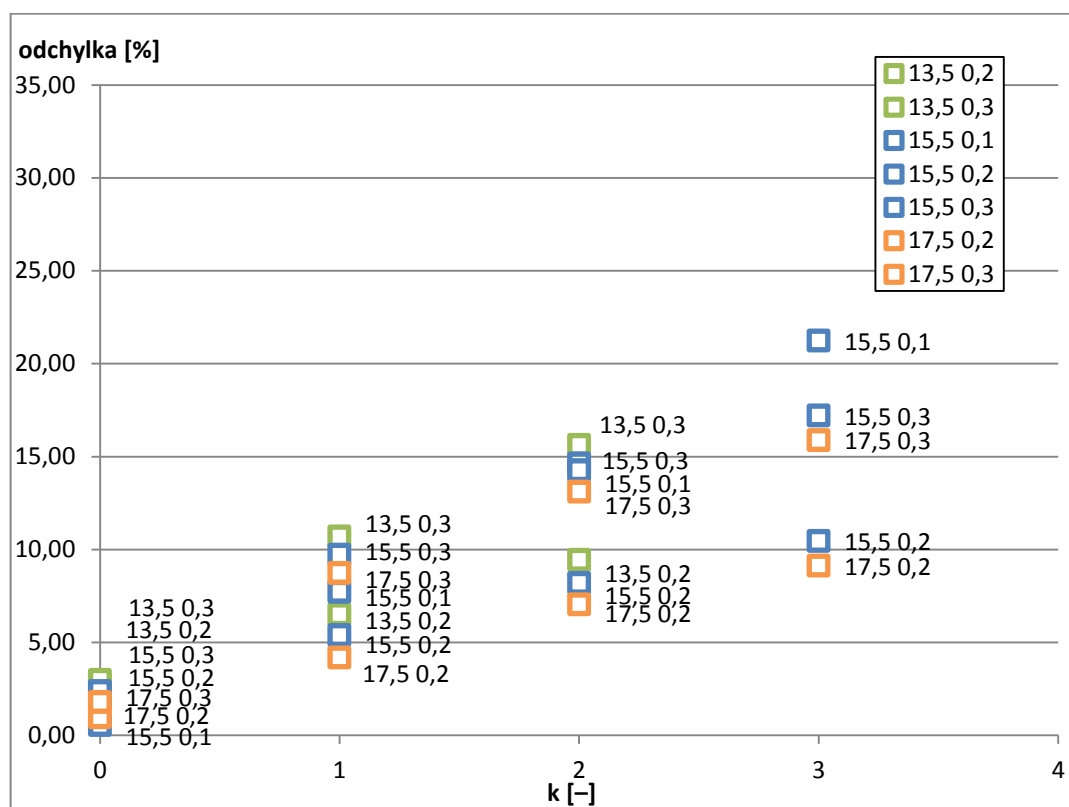
Matice procentuálních odchylek analytické matice (Tab. 8.10) od matice vytvořené FLUENTem pro případ kruhové komůrky (Tab. 8.2) je zapsána v Tab. 8.11. Obdobně je v Tab. 8.12 zapsána odchylka analytické matice (Tab. 8.11) od FLUENTovské matice se čtvercovou komůrkou (Tab. 8.3).

Hodnoty obou tabulek jsou poté vyneseny do grafů na Obr. 8.5 pro kruhový tvar komůrky a na Obr. 8.6 pro čtvercový tvar komůrky.

Odchylka FLUENT matice od ANALYTICKÉ matice – KRUH [%]										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm] δ [mm]	Délka								
		13,5	13,5	13,5	15,5	15,5	15,5	17,5	17,5	17,5
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	2,74	2,97	0,55	1,88	2,37	/	0,95	1,78
	1	/	6,51	10,69	7,72	5,39	9,72	/	4,19	8,73
	2	/	9,44	15,61	14,61	8,19	14,27	/	7,04	13,11
	3	/	/	/	21,23	10,46	17,20	/	9,12	15,89

Tab. 8.11. Odchyly numerické matice z FLUENTu od analytické matice pro kruhovou expanzní komůrku.

Pro kruhovou komůrku je průměrná odchylka 8,55 %.

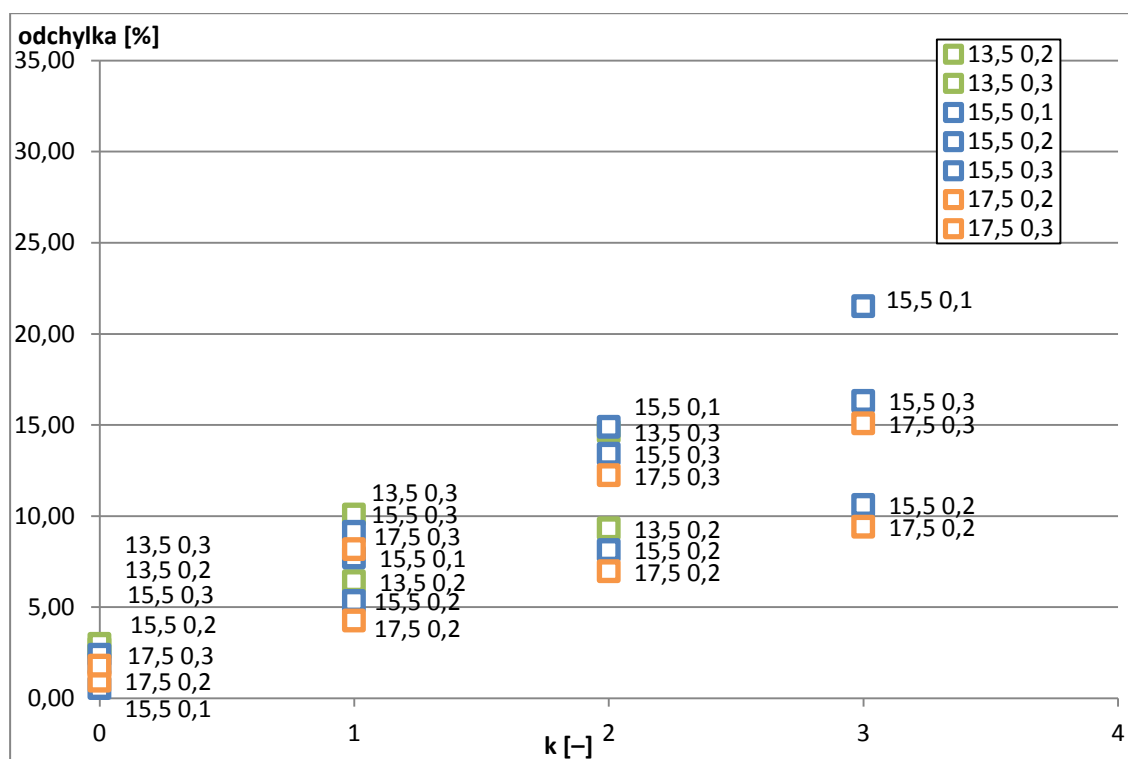


Obr. 8.5. Graf odchyly numerické matice z FLUENTu od analytické matice pro kruhovou expanzní komůrku v závislosti na počtu komůrek.

Odchylka FLUENT matice od ANALYTICKÉ matice – ČTVEREC [%]										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm] δ [mm]	Délka								
		13,5			15,5			17,5		
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	2,74	2,97	0,55	1,88	2,37	/	0,95	1,78
	1	/	6,41	10,07	7,72	5,33	9,13	/	4,26	8,18
	2	/	9,31	14,64	14,89	8,13	13,41	/	6,96	12,23
	3	/			21,51	10,59	16,31	/	9,40	15,08

Tab. 8.12. Odchylky numerické matice z FLUENTu od analytické matice pro čtvercovou expanzní komůrku.

Pro čtvercovou komůrku je průměrná odchylka 8,34 %.



Obr. 8.6. Graf odchyly numerické matice z FLUENTu od analytické matice pro čtvercovou expanzní komůrku v závislosti na počtu komůrek.

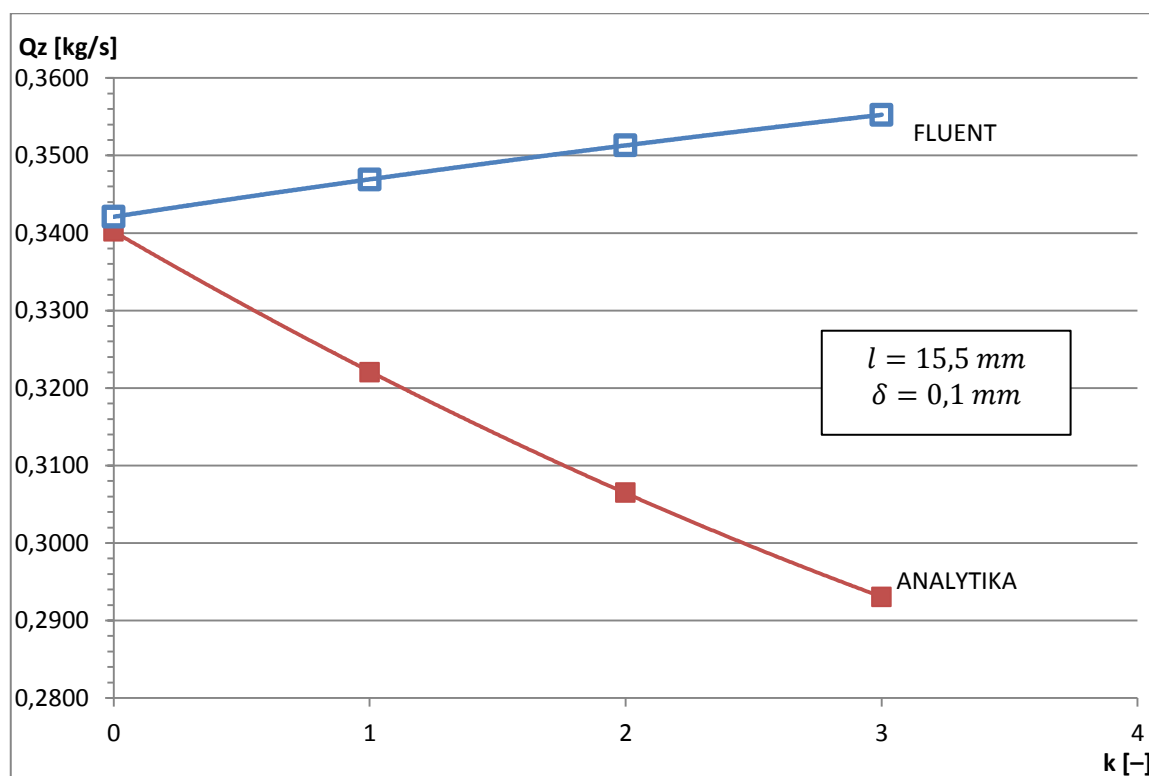
Z tabulek a z grafů je patrné, že odchylka průtočností spár pro oba typy komůrek spočítaných ve FLUENTu se od analytické matice liší maximálně o cca 22 %. Dále je zřejmý nárůst odchyly s rostoucím počtem expanzních komůrek. To je s největší pravděpodobností způsobeno velikostí součinitele tření λ , který byl pro zjednodušení změřen jen na hladkých spárách. Pro spáry s více komůrkami, kde proudění nedosahuje takových rychlostí, simuluje náš součinitel na rovných úsecích spáry větší ztráty, než jaké tam ve skutečnosti jsou.

Zaměříme se více podrobně na výšku spáry $0,1\text{ mm}$. V grafu na Obr. 8.7 je vynesena průběh průtočnosti spáry $\delta = 0,1\text{ mm}$ pouze pro kruhovou komůrku⁷. Analytický vztah ve tvaru, v jakém je zapsán, vždy vykreslí průběh průtočnosti na počtu komůrek jako klesající závislost a nezachytí změnu derivace ze záporné hodnoty na kladnou, která se objevuje pro výšku spáry menší jak cca $0,11\text{ mm}$.

Největší nepřesnosti se poté přirozeně dosahuje pro hladké spáry bez jakýchkoliv komůrek a je nutné počítat s velkým rozdílem analytického a numerického přístupu v této oblasti.

Zůstává však otázkou do jaké míry je výsledek získaný z FLUENTu věrohodný. Z posledních tabulek vyplývá, že přinejmenším pro hladké těsnící spáry dosahujeme relativně dobré shody numerického a analytického přístupu. Spára výšky $0,1\text{ mm}$ je ale už na hranici použitelnosti v praxi, protože představuje zvýšené nároky na výrobu především rotujících komponent tak, aby nedošlo k zadření. Je možné, že takto úzká spára vyžaduje i jiné zacházení v rámci programu FLUENT.

Nejrozumnější by bylo, tento kontroverzní výsledek ověřit praktickým experimentem, který by vyvrátil nebo potvrdil naše výsledky.



Obr. 8.7. Porovnání numerické matice z FLUENTu od analytické matice pro kruhovou expanzní komůrku v závislosti na počtu komůrek.

V poslední tabulce této kapitoly (Tab. 8.13) je vynesena odchylka mezi výpočty FLUENTovské matice pro kruhový a čtvercový tvar komůrky. Pro těsnící spáru bez komůrek je odchylka nulová, protože se zde vliv tvaru komůrky neuplatní. Pro případy spár s komůrkami se odchylka drží pod 1 %.

⁷ kruhová a čtvercová komůrka zde dosahují velice blízkých hodnot průtočností, proto bude provedeno porovnání pouze pro kruhovou komůrku.

FLUENT MATICE: KRUH vs. ČTVEREC [%]										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm]	Délka								
		13,5			15,5			17,5		
	δ [mm]	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	/	0,0000	0,0000
	1	/	0,0896	0,5551	0,0004	0,0609	0,5305	/	0,0723	0,5077
	2	/	0,1188	0,8454	0,2400	0,0541	0,7520	/	0,0717	0,7762
	3	/	/	/	0,2301	0,1242	0,7619	/	0,2545	0,6955

Tab. 8.13. Porovnání numerických matic z FLUENTu mezi kruhovou a čtvercovou komůrkou.

Je to další potvrzení skutečnosti, že při identickém charakteristickém rozměru expanzní komůrky není nutné, aby vztah (3.7) uvažoval rozdíl mezi kruhovou nebo čtvercovou geometrií komůrky.

8.4 Modifikace analytického vztahu

Analytický vztah (3.7) (viz zopakovaný dole v barevně modifikované variantě) má v sobě dvě experimentálně určené konstanty. První konstanta upravuje výpočet hladké těsnící spáry pro $k = 0$ (viz dole červeně) a druhá konstanta upravuje výpočet pro přítomnost komůrek $k \neq 0$ (viz dole zeleně).

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cdot l}{2\delta} + \mathbf{1,5} + \mathbf{1,1} \cdot k}} \quad (3.7)$$

Budeme upravovat oba koeficienty tak, abychom dosáhli menších odchylek matice z FLUENTu a analytické matice. Hodnota součinitele tření λ , zůstane zachována, protože ji ve FLUENTu nelze pro daný model turbulence měnit. Využijeme funkci *řešitel*, kterou poskytuje MS EXCEL. Proměnnými parametry jsou oba zmíněné koeficienty a kritériem ukončení iterace je minimum průměrné odchylky (v %) obou matic. Provedeme tak samostatně pro případ s kruhovou a čtvercovou komůrkou. Podmínkou bude, aby koeficient tvořící člen bez vlivu počtu komůrek byl pro oba případy identický, protože v případě hladké spáry jsou identické i geometrie spár.

Zmíněným postupem jsme našli nové koeficienty, s kterými má rovnice (3.7) pro kruhový typ komůrky modifikovaný tvar (8.1).

$$\mu_k = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cdot l}{2\delta} + 1,38 + 0,62 \cdot k}} \quad (8.1)$$

S tímto novým tvarem rovnice dosahujeme průměrné odchylky 2 % mezi maticí z FLUENTu a analytickou maticí pro těsnící spáry s kruhovou komůrkou. Došlo tedy v průměru ke snížení odchylky o cca 6,6 %.

Pokud zopakujeme postup pro spáry se čtvercovým typem komůrky, získáme modifikovanou rovnici (8.2).

$$\mu_k = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda \cdot l}{2\delta} + 1,38 + 0,65 \cdot k}} \quad (8.2)$$

Pro tuto sadu nových koeficientů se FLUENTovská matice spár se čtvercovými komůrkami odchyluje od analytické matice o 1,9 %, což oproti původní hodnotě představuje snížení o 6,4 %.

Modifikace průtokového součinitele (3.7) je dle výsledných poklesů odchylek svým způsobem účinná metoda, ale s jedním zřejmým omezením. Modifikaci jsme prováděli pro danou matici těsnících spár, charakteristických svou geometrií a okrajovými podmínkami, a tak i samotná úprava vztahu přináší nejlepší výsledky především pro tuto matici. Není tím pádem zaručena zvýšená přesnost i pro jiné spáry vymykající se svými vlastnostmi od zde použitých spár.

9 Aproximace průtočnosti spár metodou součinitelů

V přechozí kapitole 8 jsme vycházeli ze vztahů (3.3), (3.6) a (3.7) pro výpočet průtočnosti těsnící spárou různých geometrií. Poté jsme také modifikovali jeho empiricky určené konstanty, abychom zvýšili přesnost, s jakou si odpovídají vypočítané průtočnosti s průtočnostmi změřenými v programu FLUENT.

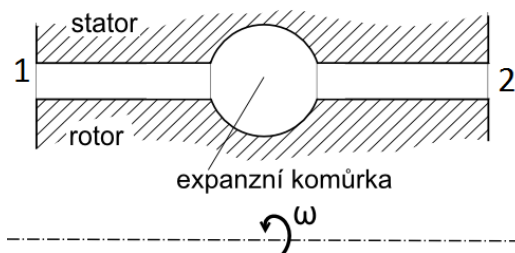
V této kapitole si ukážeme ještě jeden způsob, jak aproximovat průtočnosti těsnících spár. Použijeme k tomu vztahy (3.15) a (3.16), které vychází ze standardní Bernoulliho rovnice a pro jejich použití je třeba znát hodnotu součinitelů místních ztrát na vstupu ξ_i , expanzní komůrce ξ_k a na výstupu ξ_e . Součinitele tření λ jsme stanovili v předcházející kapitole. Rychlosti c_i zde představují střední hodnotu axiální rychlosti po průřezu spáry.

9.1 Určení součinitelů místních ztrát

Nejprve si vytvoříme potřebný matematický aparát pro výpočet součinitelů a následně provedeme jejich vyčíslení.

9.1.1 Sestavení vztahů pro výpočet součinitelů místních ztrát

Z Bernoulliho rovnice (9.1) pro těsnící spáru (viz Obr. 9.1) a z vyjádření ztrátové měrné energie (9.2) snadno odvodíme vztahy pro výpočet jednotlivých součinitelů místních ztrát.



Obr. 9.1. Těsnící spára s čísly označující začátek a konec proudnice pro aplikaci Bernoulliho rovnice.

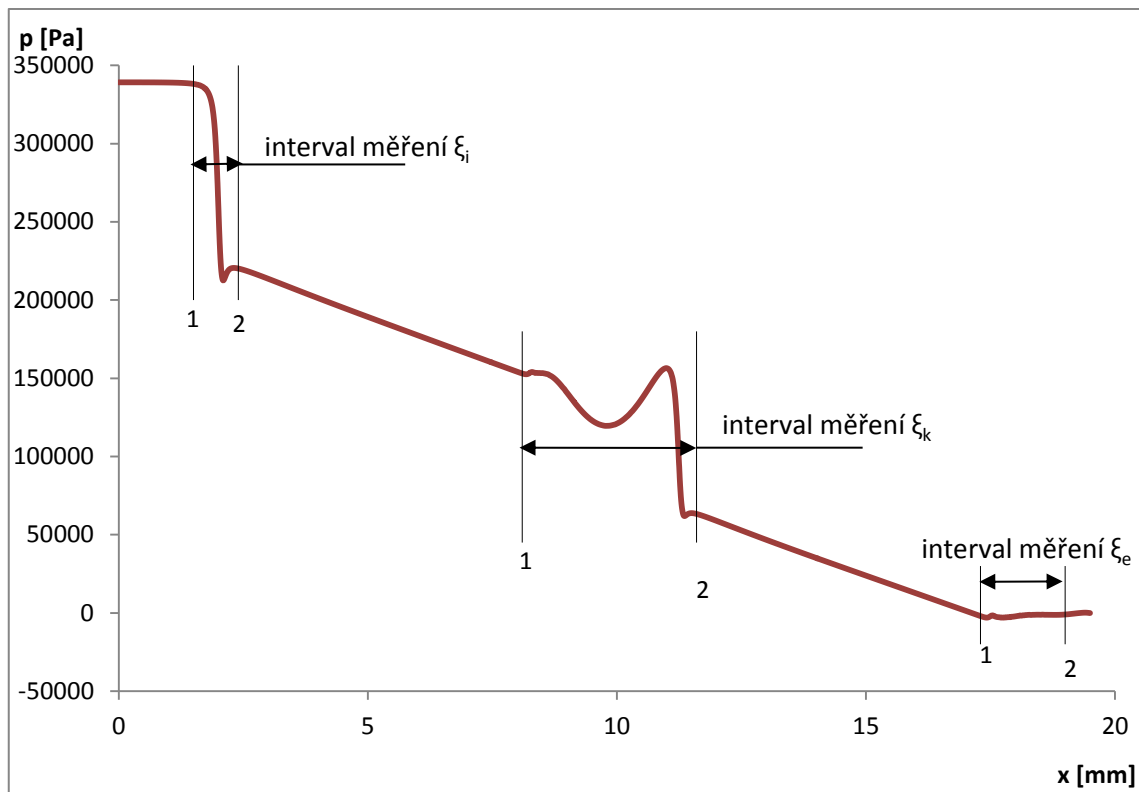
$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + Y_z \quad (9.1)$$

$$Y_z = \frac{c_2^2}{2} \cdot \left(\xi_i + \xi_k + \xi_e + \lambda \frac{l}{d} \right) \quad (9.2)$$

Pro výpočet jednoho konkrétního součinitele ξ zanedbáme v rovnici (9.2) existenci ostatních ztrátových součinitelů včetně délkových ztrát a v kombinaci s (9.1) získáme vztah (9.3). Ve vztahu (9.3) si za index x dosadíme písmena i , k , nebo e podle typu součinitele, který chceme vyjádřit.

$$\xi_x = \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \right) \cdot \frac{2}{c_2^2} \quad (9.3)$$

Z programu FLUENT získáme průběh statického tlaku po délce těsnicí spáry na středním poloměru (viz Obr. 9.2). Číslice 1 a 2 označují místa měření středních hodnot tlaku a axiální rychlosti a zároveň odpovídají indexům v rovnici (9.1).



Obr. 9.2. Průběh statického tlaku po délce těsnicí spáry délky 15,5 mm, výšky 0,2 mm a s jednou expanzní komůrkou kruhového tvaru. Pozice 1 a 2 vymezují intervaly pro měření jednotlivých součinitelů.

Pro výpočet součinitele místních ztrát na vstupu použijeme vztah (9.3), pouze za index x dosadíme písmeno k , viz (9.4), a měření budeme provádět na intervalu dle Obr. 9.2.

$$\xi_i = \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \right) \cdot \frac{2}{c_2^2} \quad (9.4)$$

V případě výpočtu součinitele místních ztrát na komůrce přepíšeme v rovnici (9.3) index x na k . Dále, protože indexy 1 a 2 označují místa o stejném průřezu před a za komůrkou, budou axiální rychlosti c_1 a c_2 stejně velké a vztah (9.3) lze zjednodušit na tvar (9.5). Veličiny v rovnici (9.5) budeme měřit v průřezech dle Obr. 9.2.

$$\xi_k = \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} \right) \cdot \frac{2}{c_2^2} \quad (9.5)$$

Zbývá určit součinitel místních ztrát na výstupu z těsnicí spáry. Postupujeme obdobným způsobem jako předchozí součinitel, ale měrnou ztrátovou energii (9.2) vyjádříme pomocí rychlosti ve spáře c_1^2 , která je vyšší. Získáme poté konečný tvar (9.6).

$$\xi_e = \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \right) \cdot \frac{2}{c_1^2} \quad (9.6)$$

Ted', když máme k dispozici všechny potřebné rovnice, provedeme vyčíslení jednotlivých součinitelů.

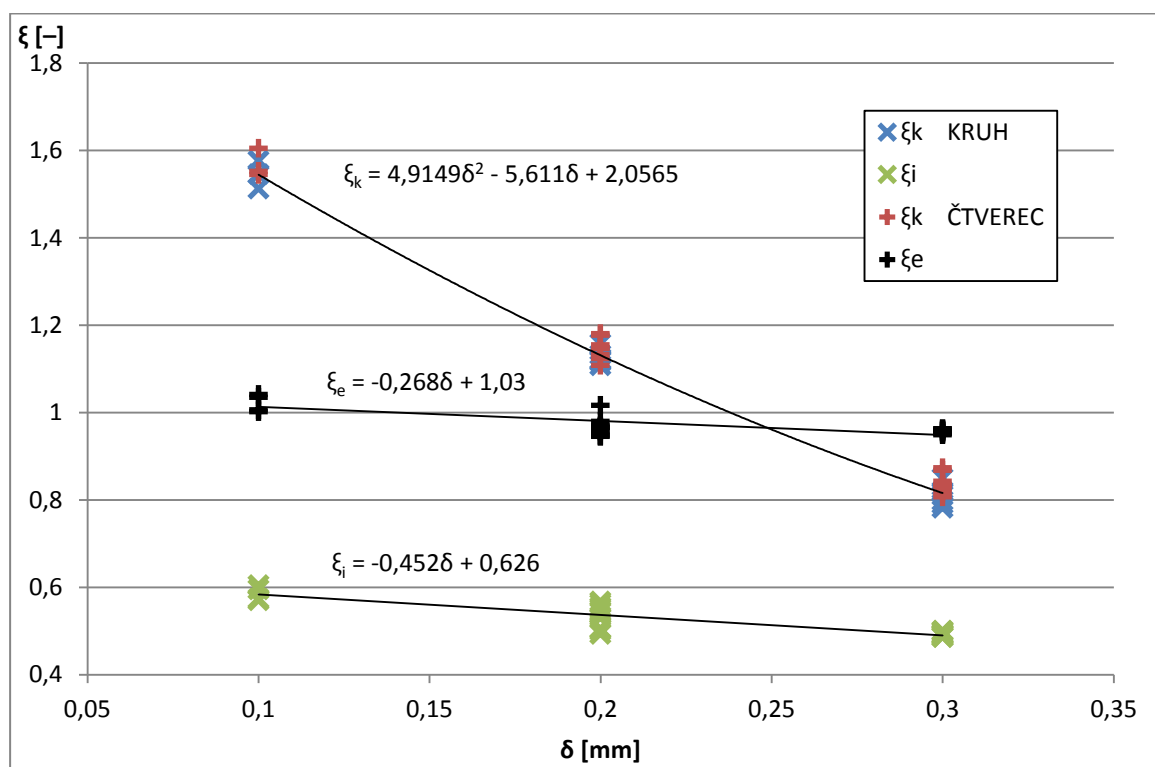
9.1.2 Vyčíslení součinitelů místních ztrát

Součinitel místních ztrát na vstupu ξ_i a na výstupu ξ_e byl určen jen pro těsnící spáry s kruhovou expanzní komůrkou v Tab. 8.2, protože nám jde pouze o vstupní, resp. výstupní oblast spáry a nezáleží zde na konkrétním tvaru komůrky (viz příloha 23).

Výpočet součinitele místních ztrát ξ_k jsme provedli pro všechny těsnící spáry s kruhovou expanzní komůrkou z Tab. 8.2 a také se čtvercovou expanzní komůrkou z Tab. 8.3. V případě určování ξ_k u těsnících spár s více jak jednou expanzní komůrkou, byl součinitel určen pro jednu vybranou komůrku (viz příloha 23).

Velikost součinitelů ξ_i , ξ_e a ξ_k by měly být ideálně nezávislé na velikosti rychlosti proudění. Pokud si vyneseme závislost na střední velikosti axiální rychlosti, zjistíme, že až na měření ve spáře výšky 0,1 mm jsou funkční závislosti součinitelů téměř konstantní, přičemž pro ξ_k je absolutní velikost směrnice o cca řád vyšší než pro zbylé součinitele (viz příloha 24).

Výsledný vztah pro výpočet obou součinitelů vytvoříme na základě Obr. 9.3, kde je vynesena velikost součinitelů v závislosti na výšce těsnící spáry. Aproximace dat byla provedena váženou metodou nejmenších čtverců za pomoci programu *Minitab*.



Obr. 9.3. Závislost velikosti součinitele místních ztrát na výšce těsnící spáry. Aproximace provedeny na základě vážené metody nejmenších čtverců.

Součinitelé místních ztrát na vstupu a výstupu jsou ovlivněny výškou spáry pouze minimálně a jejich velikost určíme váženým průměrováním, čímž získáme rovnice (9.7) a (9.8).

$$\xi_i = 0,54 \quad (9.7)$$

$$\xi_e = 0,98 \quad (9.8)$$

Součinitel místních ztrát na komůrce se určí také z Obr. 9.3. Pokud prokládáme data samostatně pro spáry s kruhovou komůrkou a samostatně pro spáry se čtvercovou komůrkou, získáme stejnou rovnici aproximace (9.9). Hodnotu součinitele ponecháme jako funkci výšky spáry.

$$\xi_k = 4,915 \cdot \delta^2 - 5,611\delta + 2,057 \quad (9.9)$$

Vzhledem k chování aproximačního polynomu, je vhodné vztah (9.9) použít pro výšky spáry od 0,1 mm do 0,35 mm.

Shrnutí velikosti součinitelů místních ztrát v závislosti na výšce těsnící spáry je v Tab. 9.1.

δ [mm]	0,1	0,2	0,3
ξ_i [-]	0,54	0,54	0,54
ξ_e [-]	0,98	0,98	0,98
ξ_k [-]	1,545	1,131	0,816

Tab. 9.1. Velikosti součinitelů místních ztrát pro různé výšky těsnící spáry

9.2 Porovnání metody součinitelů s výpočty dle programu FLUENT

Se znalostí velikosti součinitelů místních ztrát a součinitele tření, lze na základě rovnice (3.3), ve které se střední axiální rychlost vypočte dle (9.10), sestavit rovnici pro výpočet průtočnosti spárou různé geometrie.

$$c_t = \sqrt{\frac{2(p_i - p_e)}{\rho} \cdot \frac{1}{\left(\xi_i + k\xi_k + \xi_e + \lambda \frac{l - k \cdot g}{2\delta}\right)}} \quad (9.10)$$

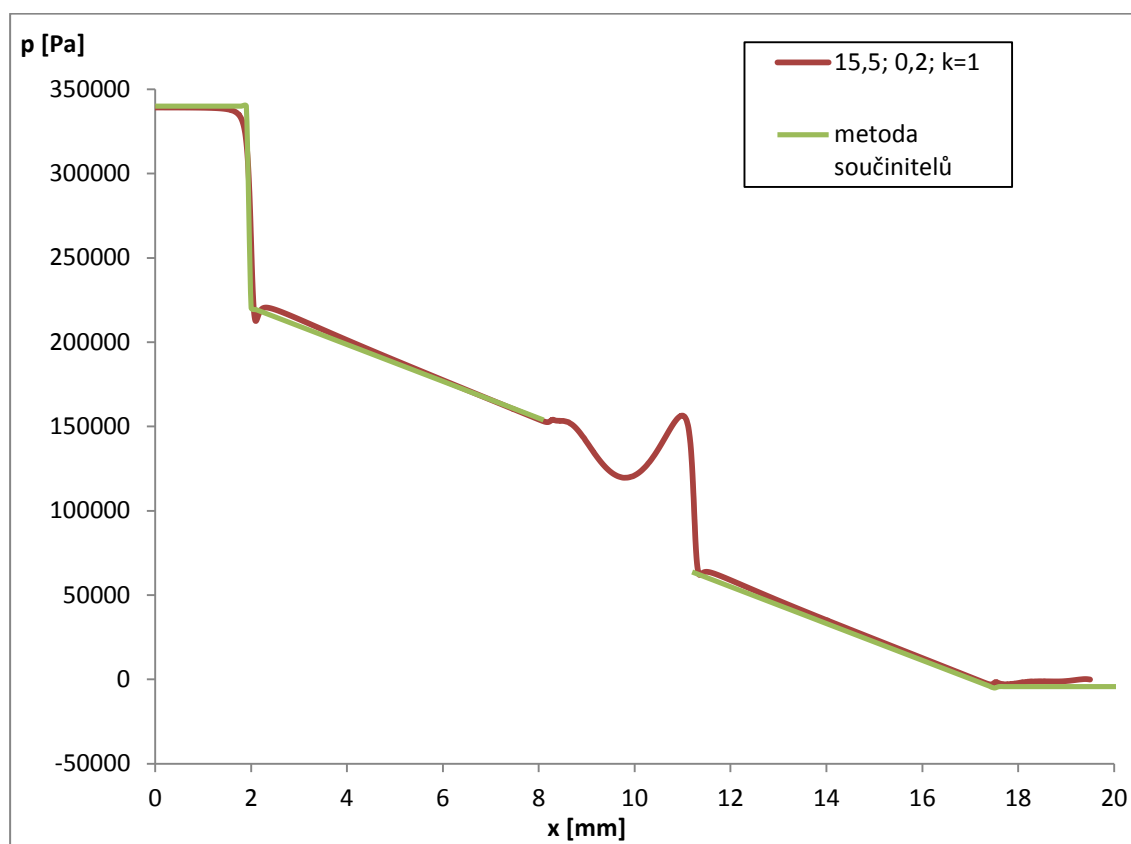
V rovnici (9.10) figuruje konstanta g , která představuje axiální rozměr expanzní komůrky na středním poloměru spáry. V našem případě tedy platí $g = 3 \text{ mm}$.

Použitím rovnice (3.3) a (9.10) sestavíme tabulku průtočností pro variace geometrie těsnící spáry, viz příloha 25. Odchylka průtočností stanovených metodou součinitelů od matice průtočností určené programem FLUENT pro kruhovou i čtvercovou komůrku jsou taktéž v příloze 25.

Z vypočítaných dat v příloze 25 vyplývá, že průměrná odchylka v průtočnosti mezi maticemi FLUENT a analytickou je 1,9 % pro kruhový typ komůrky a 1,7 % pro čtvercový typ komůrky.

V případě metody součinitelů lze relativně snadno provádět úvahy o možném zdroji odchylek. Nejlépe se takový zdroj ukáže zrekonstruováním průběhu statického tlaku po délce spáry na základě znalosti ztrátových součinitelů a jeho porovnáním s daty z programu FLUENT.

Například z průběhu tlaků pro těsnící spáru délky 15,5 mm s jednou expanzní komůrkou kruhového tvaru lze odvodit, že nepřesnost aproximace metodou součinitelů je v případě výšky spáry 0,2 mm (viz Obr. 9.4) způsobena nepatrnou odchylkou při stanovení výstupní ztráty. Jedná se však o velmi malou odchylku, která je v praxi nedosažitelná a pravdou je, že tento průběh tlaku byl zrekonstruován s velkou přesností.

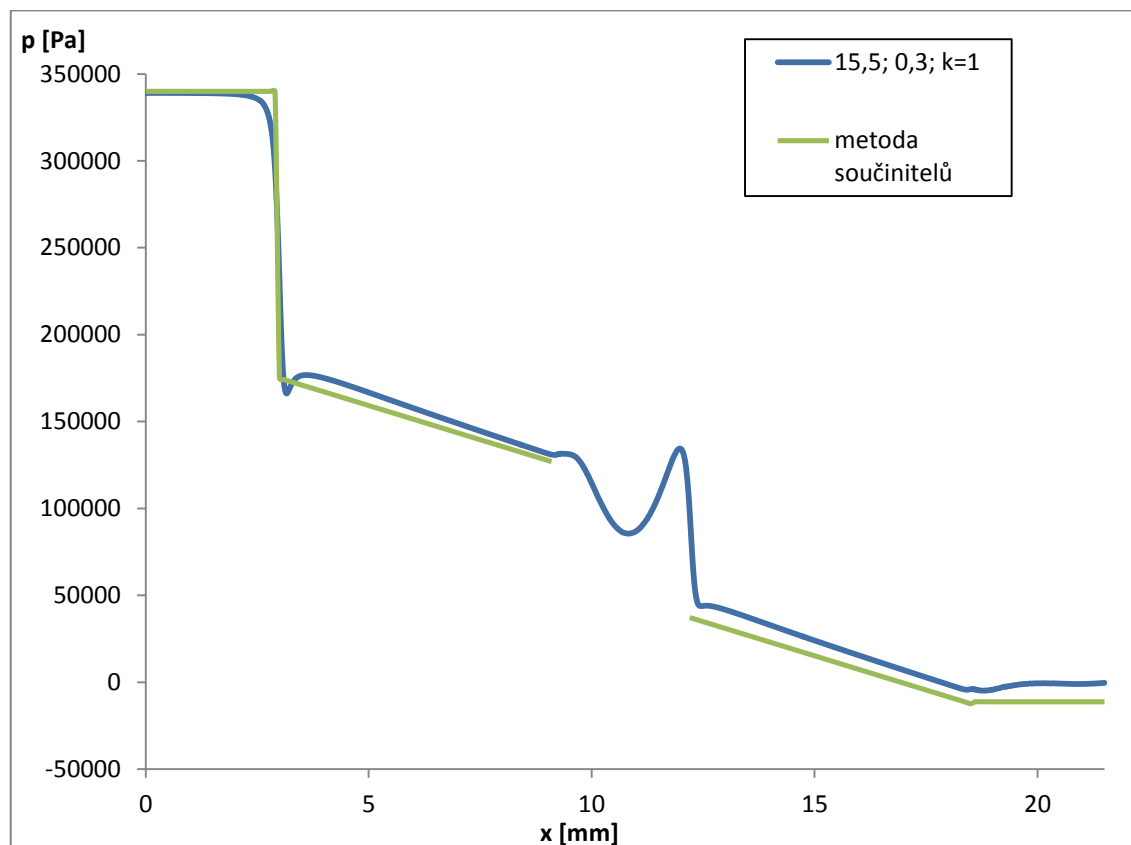


Obr. 9.4. Průběh statického tlaku pro těsnící spáru délky 15,5 mm, výšky 0,2 mm a s jednou expanzní komůrkou určený programem FLUENT (červeně) a metodou součinitelů (zeleně).

Naopak v případě výšky spáry 0,3 mm (viz Obr. 9.5) lze usuzovat, že největší chyby se dopouštíme při stanovení součinitele místních ztrát na vstupu, protože směrnice lineárních poklesů tlaku dle programu FLUENT a dle metody součinitelů je velice blízká a liší se pouze ve svislém posuvu, daném ustálením tlaku za vstupem do spáry.

Zmíněné odchylky velikostí součinitelů jsou způsobeny nejen jejich měřením, ale také hlavně jejich následným průměrováním tak, aby výsledné hodnoty respektovaly všechny změřené těsnící spáry.

V praxi dosahujeme mnohem větších odchylek součinitelů místních ztrát, protože jejich měření je obtížně proveditelné a samotné měření je zatíženo velkou chybou. Proto tento způsob není v praxi přímo vyhledáván. V našem případě jsme měli práci usnadněnou programem FLUENT, který nám umožnil měřit prakticky jakoukoliv veličinu kdekoliv v prostoru spáry a to bez toho, že bychom měřením ovlivnili samotné proudění. Takový luxus za reálných okolností nemáme.



Obr. 9.5. Průběh statického tlaku pro těsnící spáru délky 15,5 mm, výšky 0,3 mm a s jednou expanzní komůrkou určený programem FLUENT (červeně) a metodou součinitelů (zeleně).

Dále je nutné si uvědomit, že součinitelé místních ztrát, které jsme zde vypočítali, dosahují nejlepší shody pro zde použité těsnící spáry a jiné typy spár by mohly dosahovat výrazně jiných odchylek.

10 Diference součinitele tření

V podkapitole 8.3.5 jsme narazili na odchylku velikostí součinitele tření λ získanou čtyřmi různými metodami za předpokladu totožného tlakového spádu a proudění okolo hladkého povrchu (viz Obr. 8.4 křivka *smooth pipe*).

Tato odchylka, jak zde bylo již uvedeno, by mohla znamenat, že použitý model turbulence je příliš disipativní. Vysvětlovalo by to zvýšenou hodnotu součinitele tření odvozenou z výpočtů v programu FLUENT (Tab. 8.9) v porovnání s výpočty dle experimentů (Tab. 8.8).

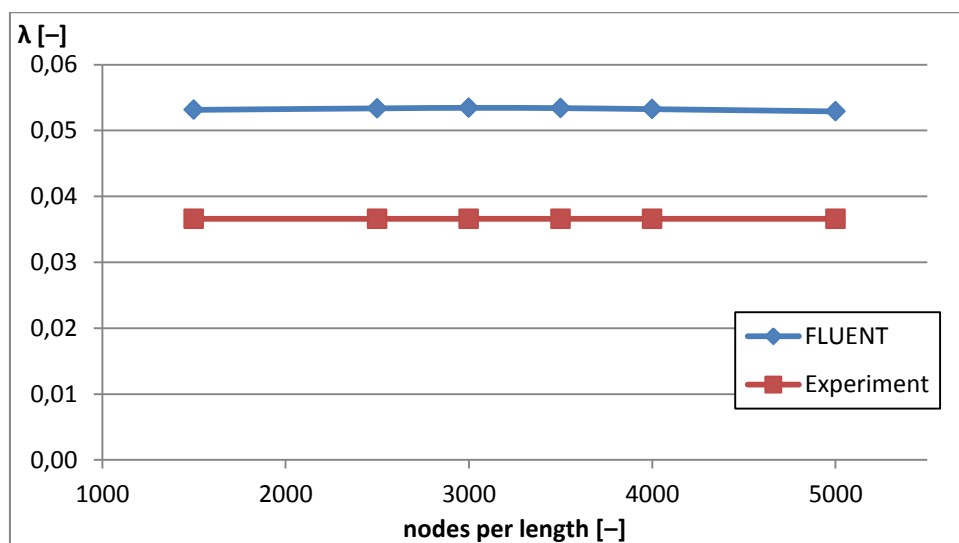
Potíž je však v tom, že jsme prováděli kalibraci modelu turbulence na testovací spáře, kde jsme s dostatečnou přesností aproximovali hmotnostní průtok spárou. Pokud bychom pro tento případ vypočítali hodnotu součinitele tření, získáme takřka stejné hodnoty lišící se pouze o 0,7 % (viz Tab. 10.1).

Metoda	Součinitel tření λ [-]
	$\delta=0,19$
1 Altšul	0,0279
1 Blasius	0,0284
2	0,0276
3	0,0283
Střední hodnota	0,0281
4 FLUENT	0,0279

Tab. 10.1. Součinitel tření pro testovací spáru.

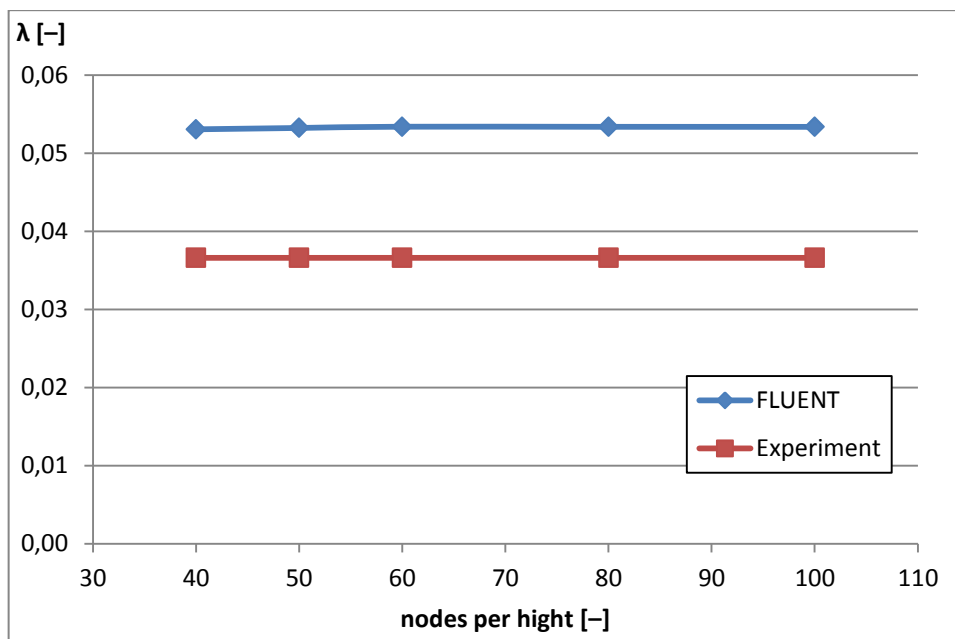
Provedeme nyní několik výpočtů hladké spáry délky 13,5 mm, výšky 0,2 mm pro studování příčiny odchylky součinitele tření.

Můžeme v celku s jistotou říci, že příčina nebude v nedostatečném počtu buněk po délce spáry. Na Obr. 10.1 je vidět pouze minimální změna součinitele tření λ , která rozhodně nevysvětluje rozdíly o velikosti 40 %, jaké nastaly v kapitole 8.

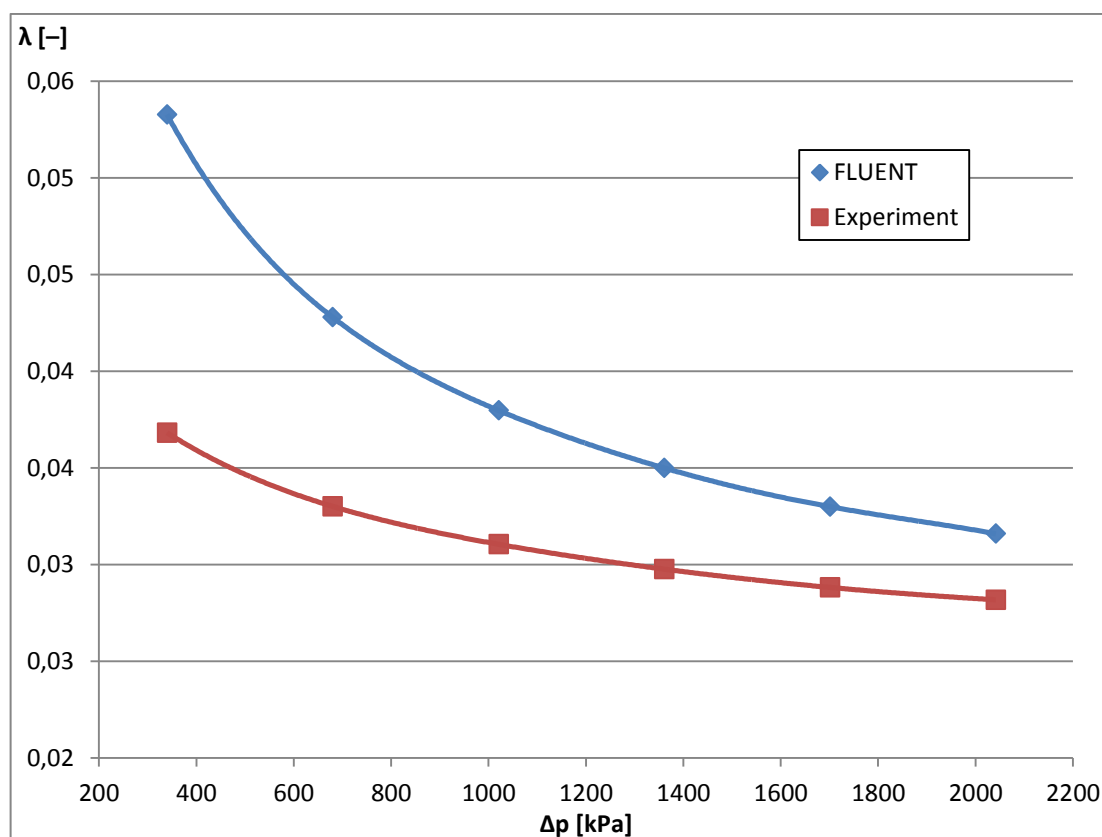


Obr. 10.1. Závislost součinitele tření na počtu buněk výpočetní sítě po délce spáry.

Dle Obr. 10.2 lze vyloučit jako příčinu i počet buněk na výšce spáry. Změny jsou příliš malé, aby způsobily větší odchylky.



Obr 10.2. Závislost součinitele tření na počtu buněk výpočetní sítě po výšce spáry.



Obr. 10.3. Vliv tlakového spádu na rozdílnost součinitele tření dle experimentu (první tři metody) a programu FLUENT (čtvrtá metoda).

Po přezkoumání dat, bylo zjištěno, že největší vliv na rozdílnost součinitele tření má tlakový spád neboli rychlost proudění. Na Obr. 10.3 je patrný zmenšující se difference hodnoty λ počítané experimentálně dle prvních třech metod a dle programu FLUENT. V testovací spáře byl dostatečně velký tlakový spád, aby odchylka byla během kalibrace nepostřehnutelná. Projevila se však později při počítání spár s nižším tlakovým rozdílem.

I přes identifikaci závislosti difference součinitele tření na tlakovém spádu, resp. na rychlosti proudění, se nepodařilo v této diplomové práci zjistit, proč se tak děje. Obdobné výsledky byly získány i při využití modelu turbulence *non-equilibrium wall function*. Tento popsáný problém může tvořit vhodný „odrazový můstek“ pro případnou další diplomovou práci, která by navazovala na tuto práci.

Závěr

V předložené diplomové práci bylo analyzováno proudění ve spárách, konkrétně v těsnících spárách čerpadel a turbín, především z hlediska jejich těsnících schopností a s tím souvisejícím průtokem těmito konstrukčními prvky.

Byly stanoveny dva základní cíle, které tato práce měla přinést. První z nich se týká identifikace nejvhodnějšího tvaru těsnící spáry ve vztahu k objemové účinnosti, kterou se snažíme maximalizovat.

Druhým cílem bylo poté srovnání výpočtů proudění ve spárách s výpočty podle koeficientů ztrátových součinitelů.

Proudění v těsnících spárách bylo počítáno numericky za použití programu ANSYS FLUENT. Jedinou výjimkou je výpočet průtočností spár analytickými vztahy za účelem porovnání numerického a analytického přístupu. Součástí této práce není praktický experiment.

V první části diplomové práce byl pro program FLUENT stanoven postup vytvoření okrajových podmínek definovaných statickým tlakovým spádem. FLUENT je neumožňuje zadávat přímo a výpočet musel být řešen iterativně. V této práci jsou definovány dva aproximační přístupy, které dovolují dosáhnout požadované přesnosti již po dvou iteracích. Text se také věnuje všem možným kombinacím tlakových okrajových podmínek a jejich chování během výpočtu.

V další části byla provedena kalibrace nastavení softwaru, především modelu turbulence, za pomoci existujícího praktického experimentu, tzv. testovací spáry, kde byly známy průtoky pro daný statický tlakový spád. Na základě výpočtů byl vybrán turbulentní model *k-ε enhanced wall treatment*, který nejlépe odpovídal experimentu.

Po kalibraci se přistoupilo k řešení první části zadání diplomové práce týkající se optimalizace tvaru spáry s ohledem na objemovou účinnost a pro dané okrajové podmínky bylo vytvořeno 32 různých variant těsnících spár odlišujících se tvarem a velikostí expanzní komůrky. Délka, výška a umístění těsnící spáry byly neměnné. Centrem zájmu byly především méně složité tvary expanzních komůrek, které jsou jednodušší na výrobu a hlavním tvarem komůrky na řezu byly kruh, čtverec a trojúhelník.

Největší úspěch při optimalizaci byl zaznamenán při přesouvání horní a dolní poloviny expanzní komůrky v axiálním směru o maximálně jednu délku komůrky. Tento jev byl zkoumán pro čtvercovou a také pro kruhovou komůrku, pro kterou měl vliv přesouvání největší účinek.

Při přesunutí jedné kruhové komůrky průměru 3 mm o vzdálenost 1 mm bylo pozorováno zmenšení průtoku na mírně nižší hodnotu, než jakou jsme získali pro dvě standardní kruhové komůrky v sériovém uspořádání. Nejenže náklady na výrobu komůrky se nijak nezměnily, ale navíc svými účinky dokáže nahradit dvojnásobný počet komůrek a to vše při menší prostorové náročnosti.

Diplomová práce dále popisuje vliv statické excentricity rotoru na charakter proudění a rozložení tlaku v celém prostoru těsnící spáry. Jedná se o zjednodušený přístup k nyní probíhajícím výzkumům vlivu dynamické excentricity, který může být použit pro testování zjištěných dat na základních situacích.

Pro zodpovězení druhé části zadání diplomové práce byla v programu FLUENT spočítána matice se 45 různými těsnícími spárami, která byly porovnávána se dvěma analytickými přístupy.

Nejprve se vztahem pro součinitel průtoku dle Oldřicha Strýčka (1988) [14], kde bylo dosaženo shody nad 91 %. Jako druhý analytický vztah byla aplikována standardní Bernoulliho rovnice s využitím ztrátových součinitelů, který se shodoval s více jak 98 % přesností. V praxi je však druhý přístup hůře aplikovatelný vzhledem k obtížnému měření součinitelů.

Při porovnávání byla zdokumentována dvě zajímavá zjištění. Výpočtem v programu FLUENT bylo zaznamenáno, že pro výšku spáry 0,1 mm roste průtočnost se zvětšujícím se počtem expanzních komůrek. Účelem komůrek je ztráty proudění zvyšovat, zde však působí přesně naopak. Jedná se nejspíš o již tak malou výšku spáry, že ztráty jsou vytvářeny dominantně úzkými rovnými úseky spáry a přítomnost komůrek především snižuje délku těchto úseků, čímž snižuje ztráty. Tento jev je však zatím spekulativní a pro jeho potvrzení by bylo třeba provést nejlépe praktický experiment.

Druhé zjištění se týká velikosti součinitele tření. V případě testovací spáry byl součinitel určen shodně jak třemi osvědčenými experimentálními vztahy, tak i na základě analýzy proudění v programu FLUENT. Avšak pro dále počítané spáry s nižším tlakovým spádem vzniká difference mezi součinitelem tření určeným vztahy a FLUENTem. Zmíněná difference roste se snižujícím se tlakovým spádem, resp. rychlostí z něho vyplývající. Důvod ke vzniku této odchylky se nepodařilo zjistit a je možné, že některé spáry zde počítané se v tomto smyslu mohou odlišovat od experimentálních dat. Je také možné, že nárůst průtoku se zvětšujícím se počtem komůrek pro spáru výšky 0,1 mm je touto chybou také ovlivněn.

Dodatečně bylo zjištěno, že za použití nestacionárního modelu *DES (Detached Eddy Simulation)* na trojrozměrném modelu spáry, bylo dosaženo desetinného rozdílu v hodnotě součinitele tření zjištěného experimentálními vztahy a dle programu FLUENT v porovnání s předchozím *Enhanced wall treatment*. Je to však stále znatelný rozdíl a i nadále roste rozdíl v součiniteli tření s klesající tlakovou diferencí.

Tato diplomová práce se všemi zde popsány daty může dobře posloužit jako základní rámec při budoucím navázání tématu a rozšíření stávajících znalostí o další typy spár nebo také různé druhy tekutin. Bude však bezpochyby vhodné vyřešit otázku vzniklé difference velikosti součinitele tření a to nejlépe experimentem.

Seznam použitých zdrojů

Tištěné a elektronické publikace

- [1] Bearings Plus, Inc., A Wukesha Bearings Business: *Damper Seals – Honeycomb Seals* [online]. 2013 [cit. 2013-03-01]. Dostupné z: <<http://www.bearingsplus.com/sealing-technologies/damper-seals/>>.
- [2] CFD Online: *Law of the wall* [online]. 2011, poslední revize 7. 9. 2011 [cit. 2013-01-12]. Dostupné z: <http://www.cfd-online.com/Wiki/Law_of_the_wall>.
- [3] *Combination Balancing Disk and Drum* [online]. 24th of May 2011 [cit. 2013-02-19]. Dostupné z: <<http://www.pumpstroubleshooting.com/combination-balancing-disk-and-drum.html>>.
- [4] *Moody diagram* [online]. 2nd of July 2011 [cit. 2013-04-09]. Dostupné z: <<http://d3-technikmesin-fti-its.blogspot.cz/2011/07/moody-diagram.html>>.
- [5] DE NEVERS, Noel. *FLUID MECHANICS*. The University of Utah. USA: Addison – Wesley Publishing Company, Inc. 1970.514 p.
- [6] GOLUBIEV, A. I. *Studies on seals for rotating shafts of high-pressure pumps* [online]. 2009 [cit. 2012-12-28]. Dostupné z: <<http://www.ewp.rpi.edu/hartford/~jacovm2/FWM/project/references/Golubiev1964.pdf>>.
- [7] HSU, Yun; BRENNEN EARLS, Christopher. *Fluid Flow Equations for Rotordynamic Flows in Seals and Leakage Paths* [online]. Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology. 2012, poslední revize 26. 12. 2012 [cit. 2012-12-30]. Dostupné z: <<http://authors.library.caltech.edu/104/1/HSU210.pdf>>.
- [8] JÍZDNÝ, M. *Vlastní tvary vírového proudění*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 79 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.
- [9] MALÉŘ, P. *Návrh pracovního bodu odstředivého čerpadla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 63 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jaroslav Štigler, Ph.D.
- [10] RAME Gowda, D.; PRABHU B. S. *High-Pressure Annular Seal Leakage and Rotordynamics with Application to Turbomachinery* [online]. Machine Dynamics Laboratory, Department of Applied Mechanics, Indian Institute of technology, Madras, Chennai, India. 2012 [cit. 2012-12-20]. Dostupné z: <<http://www.deepdyve.com/lp/hindawi-publishing-corporation/high-pressure-annular-seal-leakage-and-rotordynamics-with-application-bLk0ZM03Q0>>.
- [11] SAN ANDRÉS, L. *Annular Pressure Seals, Notes 12(a)* [PDF]. USA: Texas A&M University, Repository, 2009 [cit. 20. 3. 2012]. Dostupný z:

<<http://repository.tamu.edu/bitstream/handle/1969.1/93252/Notes12a%20Damper%20Seals.pdf>>.

- [12] STEINETZ, Bruce M. *Overview of NASA Glenn Seal Developments* [online]. November, 2003. NASA Seal/Secondary Air System Workshop, NASA Glenn Research Center, Ohio Aerospace Institute Auditorium [cit. 2013-02-15]. Dostupné z: <http://www.researchgate.net/publication/24304424_Overview_of_NASA_Glenn_Seal_Developments>.
- [13] STORTEIG, Eskild: *Dynamic characteristics and leakage performance of liquid annular seals in centrifugal pumps*. Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree Doktor Ingeniør. Trondheim, 30. 11. 1999. 200 p. Department of marine Engineering Norwegian University of Science and Technology, NTNU.
- [14] STRÝČEK, Oldřich. *Hydrodynamické čerpadlá*. 1. vyd., edičné číslo 3699. Edičné stredisko SVŠT v Bratislave, September 1988. 297 s. Slovenská vysoká škola technická v Bratislave. Strojnícka fakulta.
- [15] ŠTÁVA, Pavel. *Studie proudění v tenkých spárách: Zpráva o řešení projektu č. FD-K/109*. CZ: VUT FSI Brno, Odbor fluidního inženýrství Victora Kaplana, Prosinec 2003. 16 s. Číslo dokumentu VUT-EU-QR-31-03.
- [16] WHITE M., Frank. *Fluid Mechanics*. 4th ed. University of Rhode Island. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. December 1998. 1023 p. ISBN 978-0072281927.

Přednášky

- [17] RUDOLF, P. *Přednášky – Výpočtové modelování proudění*. Brno, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Odbor fluidního inženýrství Victora Kaplana, 2012.

Seznam použitých zkratek a symbolů

Seznam zkratek

CFD	výpočtové modelování proudění (Computational Fluid Dynamics)
DES	Detached Eddy Simulation, model proudění v programu FLUENT

Seznam symbolů

B	vliv drsnosti stěny	[-]
c	rychlost ve spáře v kolmém směru na vstup/výstup	[m/s]
c_t	střední rychlost ve spáře	[m/s]
d	průměr	[m]
Dh	charakteristický rozměr	[m]
e	excentricita	[-]
f	friction factor	[-]
F_x	síla	[N]
F_y	síla	[N]
k	počet expanzních komůrek	[-]
l	délka	[m]
L	délka spáry	[m]
n	otáčky	[s ⁻¹]
p	tlak	[Pa]
p_a	statický tlak na výstupu ze spáry	[Pa]
p_e	statický tlak za vstupem do spáry (zpráva San Andrés) [11]	[Pa]
p_e	statický tlak na výstupu ze spáry	[Pa]
p_i	statický tlak na vstupu do spáry	[Pa]
p_s	statický tlak na vstupu do spáry	[Pa]
Q	průtok	[m ³ /s]
Q_m	hmotnostní průtok	[kg/s]
Q_z	ztrátový průtok	[m ³ /s]
r	poloměr	[m]
Re	Reynoldsovo číslo	[-]
s	výška štěrbin	[m]
S	plocha	[m ²]
s	přesunutí	[mm]
t	teplota	[°C]
u	rychlost unášení stěny	[m/s]
u^+	bezrozměrná rychlost	[-]
u_τ	smyková rychlost	[m/s]
v	rychlost	[m/s]
x	souřadnice	[m]

y	souřadnice	[m]
y^+	bezrozměrná tloušťka mezní vrstvy	[-]
Y_z	ztrátová měrná energie	[J/kg]
z	souřadnice	[m]
α	předrotace kapaliny na vstupu do spáry	[-]
δ	výška spáry	[m]
Δp	tlakový spád	[Pa]
Δx	rozdíl souřadnice x	[m]
ηv	objemová účinnost	[-]
κ	von Kármánova konstanta	[-]
λ	součinitel tření	[-]
ν	kinematická viskozita	[m ² /s]
ξ_e	součinitel místních ztrát na výstupu	[-]
ξ_i	součinitel místních ztrát na vstupu	[-]
ξ_k	součinitel místních ztrát na komůrce	[-]
ρ	hustota	[kg/m ³]
τ	smykové napětí	[Pa]
φ	úhlová vzdálenost	[°]
ω_r	úhlová rychlost rotoru	[rad/s]
μ	dynamická viskozita	[Pa·s]
μ	průtokový součinitel	[-]

Index

test case praktický pokus, který slouží pro kalibraci nastavení programu FLUENT

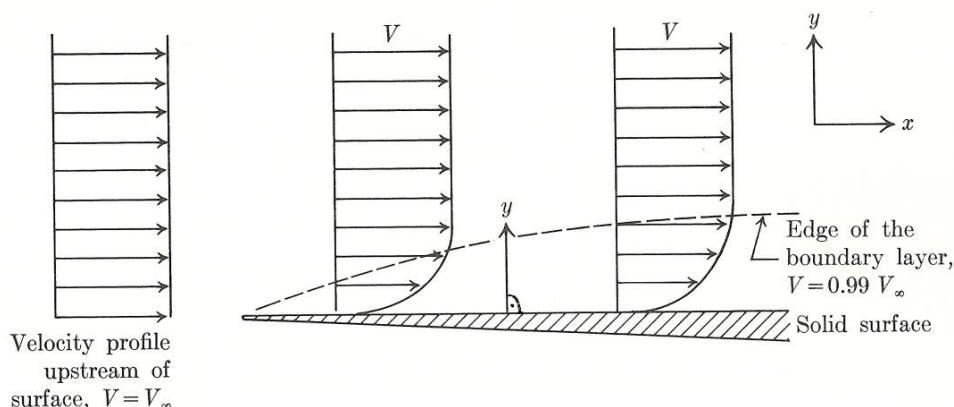
Seznam příloh

Příloha A – Turbulentní modely proudění	96
Příloha B – Iterace statického tlakového spádu a vstupní předrotace rychlosti.....	99
B.1 Iterace statického tlakového spádu	100
B.2 Iterace vektoru rychlosti	102
B.3 Shrnutí iteračního postupu.....	103
Příloha 1 – Tlakové okrajové podmínky turbulentního modelu	106
Příloha 2 – Tlakové okrajové podmínky laminárního modelu	107
Příloha 3 – turbulentní vs. laminární model: absolutní velikost rychlosti	108
Příloha 4 – Detail sítě pro kvalitnější turbulentní modely	109
Příloha 5 – Tlakové okrajové podmínky turbulentního modelu	110
Příloha 6 – Rychlostního pole v těsnící spáře dle <i>enhanced wall treatment</i>	111
Příloha 7 – Kruhová expanzní komůrka – výpočetní síť	113
Příloha 8 – Čtvercová expanzní komůrka – výpočetní síť	114
Příloha 9 – Trojúhelníková expanzní komůrka – výpočetní síť	115
Příloha 10 – Tangenciální složka rychlosti pro kruhovou a čtvercovou komůrku	116
Příloha 11 – Kruh $\times 2$ vs. čtverec $\times 2$	117
Příloha 12 – Kruh difus 1, 2, 3 – geometrie.....	118
Příloha 13 – Kruh difus 1, 2, 3 – proudnice.....	119
Příloha 14 – Trojúhelník konfuzor a difuzor – absolutní velikost rychlosti	120
Příloha 15 – Těsnící spára <i>kruh slided</i> a <i>čtverec slided</i> – černobíle	121
Příloha 16 – Těsnící spára <i>kruh slided</i> a <i>čtverec slided</i> – barevně	122
Příloha 17 – Kruh <i>slided</i> 1 – statický tlak.....	123
Příloha 18 – Kruh <i>slided</i> 1 – statický tlak včetně vstupní a výstupní ztráty.....	123
Příloha 19 – Kruh <i>slided</i> 1 – absolutní velikost rychlosti.....	124
Příloha 20 – 3D spára s excentricitou	125
Příloha 21 – Aproximace matice kruhové komůrky	126
Příloha 22 – Součinitel tření λ pro různé metody	126
Příloha 23 – Součinitelé místních ztrát	127
Příloha 24 – Závislost součinitele místních ztrát na střední axiální rychlosti	128
Příloha 25 – metoda součinitelů – průtok, odchylky	129
Příloha 26 – Těsnící spára na závěr diplomové práce	130

Příloha A – Turbulentní modely proudění [2] [5] [17]

Vysvětlíme si základní vlastnosti a nároky turbulentních modelů proudění a předpoklady jejich použití.

Hlavní rozdíl mezi turbulentními modely je ve způsobu, jakým modelují mezní vrstvu. Protože se jedná o rozdíl s mnoha implikacemi, vysvětlíme si jej více dopodrobna. Mezní vrstva je definována jako oblast, kde vlivem tření na stěně klesne rychlost pod 99 % rychlosti v_∞ v neovlivněném jádře proudu (viz Obr. A.1). Vnitřní část mezní vrstvy představuje prvních cca 20 % výšky mezní vrstvy ve směru osy y .



Obr. A.1. Tvorba mezní vrstvy při obtékání profilu. Zdroj: Noel de Nevers [5] str.325.

Vnitřní mezní vrstva nás zajímá hned z několika důvodů. Dochází zde například k interakci tekutiny s povrchem obtékané stěny a je to tedy oblast přímého vlivu vlastností povrchu materiálu na proudění okolních částic. To se navenek projevuje hydraulickými ztrátami, které znatelně ovlivňují dynamiku proudění. V této části taktéž vzniká odtržení mezní vrstvy způsobující další energetické ztráty doprovázené buzenými vibracemi a hlukem. Z toho jasně vyplývá, že kvalitní modelování dějů odehrávajících se v této vrstvě je důležité pro správný popis chování tekutiny v celé doméně.

V praxi je důležité nejen kvalitně popsat mezní vrstvu, ale zároveň mít možnost porovnávat jednotlivé mezní vrstvy v různých situacích mezi sebou. Proto se zavedly pomocné veličiny. Jedná se o *bezrozměrnou rychlost* (A.1) a *bezrozměrnou tloušťku mezní vrstvy* (A.2).

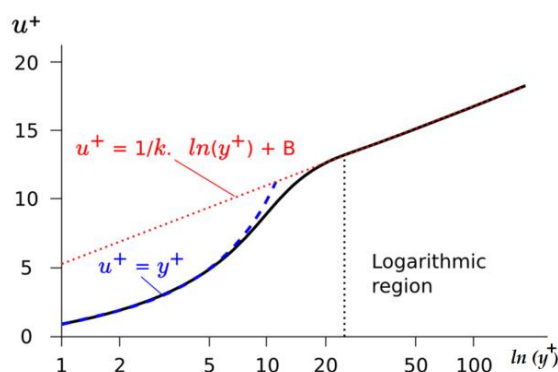
$$u^+ = \frac{\bar{v}}{u_\tau} \quad (\text{A.1})$$

$$y^+ = \frac{u_\tau \cdot y}{\nu} \quad (\text{A.2})$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}} \quad (\text{A.3})$$

Kde	u^+	– bezrozměrná rychlost [–]
	y^+	– bezrozměrná tloušťka mezní vrstvy [–]
	u_τ	– třecí rychlost (<i>friction velocity</i>) [m/s]
	τ_{wall}	– smykové napětí na stěně [Pa]
	ρ	– hustota kapaliny [kg/m ³]
	ν	– kinematická viskozita [m ² /s]
	y	– kolmá vzdálenost od stěny [m] (viz Obr. A.1)

Z měření rychlostního pole za pomoci žhaveného drátku v blízkosti obtékané stěny jsme schopni vykreslit průběh závislosti *bezrozměrné rychlosti* na *bezrozměrné tloušťce mezní vrstvy* (viz Obr. A.2).



Obr. A.2. Závislost bezrozměrné tloušťky mezní vrstvy na bezrozměrné rychlosti v blízkosti obtékaného povrchu. Zdroj: CFD Online [2].

Graf na Obr. A.2 zobrazuje experimentálně změřené hodnoty (plná čára) a jejich interpolační polynomy (přerušovaná čára). Z průběhu závislostí je zřejmé, že definiční obor grafu lze rozdělit na tři základní oblasti. Těmi jsou:

- 1) **viscous sublayer** – viskózní podvrstva. V této oblasti platí rovnice (A.4) a (A.5), která říká, že turbulentní napětí je svou velikostí blízké viskóznímu napětí.

$$y^+ < 5 \quad (\text{A.4})$$

$$u^+ = y^+ \quad (\text{A.5})$$

- 2) **buffer layer** – přechodná vrstva. Oblast platnosti rovnice (A.6).

$$5 < y^+ < (20 \div 30) \quad (\text{A.6})$$

- 3) **log law region** – oblast logaritmického zákona (A.7) a podmínky (A.8).

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln y^+ + B \quad (\text{A.7})$$

$$(20 \div 30) < y^+ < (100 \div 120 \text{ max } 300) \quad (\text{A.8})$$

Kde κ – von Kármánova konstanta [–] ($\kappa = 0,41$)

B – vliv drsnosti stěny (roughness influence) [–]

Maximální hodnota $y^+ = 300$ vychází z čistě praktických zkušeností.

Nyní, když máme představu o složení a důležitosti mezní vrstvy, můžeme přejít k rozhodování o volbě způsobu jejího modelování. Níže jsou sepsány stručné charakteristiky pro základní typy použitých modelů.

k- ϵ , wall function approach (stěnové funkce)

Tento přístup nepopisuje veškeré děje probíhající ve vnitřní mezní vrstvě. Namísto toho jejich chování aproximuje tzv. *logaritmickým zákonem*, jehož platnost se rozšíří na celou část vnitřní mezní vrstvy. Dochází tak k určitému přemostění *viskózní podvrstvy* a síť v této oblasti nemusí být tak jemná.

Kvalita sítě by pro nejlepší výsledky měla podléhat vztahu (A.8). Veličina *bezrozměrná tloušťka* nám říká, jakou nejhrubší síť na povrchu stěny smíme vytvořit (nejvyšší hodnota y^+), ale zároveň říká, že nesmíme síť vytvořit příliš jemnou (nejnižší hodnota y^+). Při nedodržení intervalu, bychom se pohybovali v oblasti, kde aproximace logaritmickým zákonem není již tak přesná.

Pokud přepíšeme vztah pro u^+ tak, aby byl funkcí např. *turbulentní kinetické energie* či tlakového gradientu ve směru proudění, jedná se o *non-equilibrium wall function*. Právě tuto modifikaci stěnových funkcí budeme v některých případech využívat.

k- ϵ , two-layer approach (dvojvrstvý přístup)

V programu FLUENT taktéž označovaný jako *enhanced wall treatment*. Na rozdíl od předchozí metody, *two-layer approach* modeluje proudění v celé vnitřní mezní vrstvě, včetně viskózní podvrstvy. Proto je zapotřebí zvýšené kvality sítě v blízkosti stěny, aby byl dobře zaznamenán každý důležitý jev. Zjednodušeně řečeno, první vrstva buněk by měla náležet *viskózní podvrstvě* (A.4). To pro nás představuje především zvýšené nároky na tvorbu sítě, což vede k velkému počtu buněk. Odměnou by však měl být lepší model vývinu mezní vrstvy.

k- ω Standard

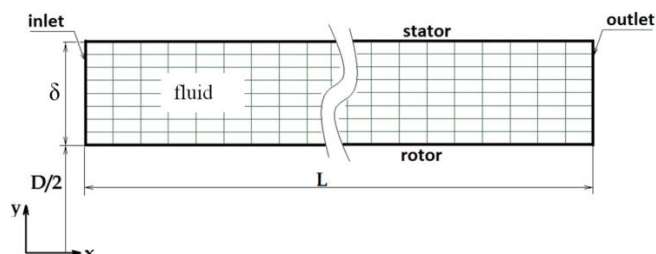
Model založený na Wilcoxově *k- ω* modelu. Jedná se o tzv. *low Reynolds model*, který by měl lépe oproti modelům *k- ϵ* simulovat děje v mezní vrstvě. Vyžaduje splnění podmínky (A.4).

k- ω SST

Byl vytvořen panem Menterem a jeho hlavním prvkem je přepínání mezi modelem *k- ϵ* , který je vhodný pro modelování vnější mezní vrstvy a jádra proudu, a standardním modelem *k- ω* , který je vhodnější pro vnitřní mezní vrstvu. Pro použití modelu je nutné splnit podmínku (A.4).

Příloha B – Iterace statického tlakového spádu a vstupní předrotace rychlosti

Uvažujme opět zadání těsnící spáry dle San Andrés (2009) [11]. Na rozdíl od kapitoly 4, zde však budeme pracovat se zjednodušeným tvarem těsnící spáry, pro kterou byla zanedbána vstupní a výstupní doména viz Obr. B.1. Na takto jednoduché geometrii fungují iterace nejlépe a postup půjde snáze vysvětlit.

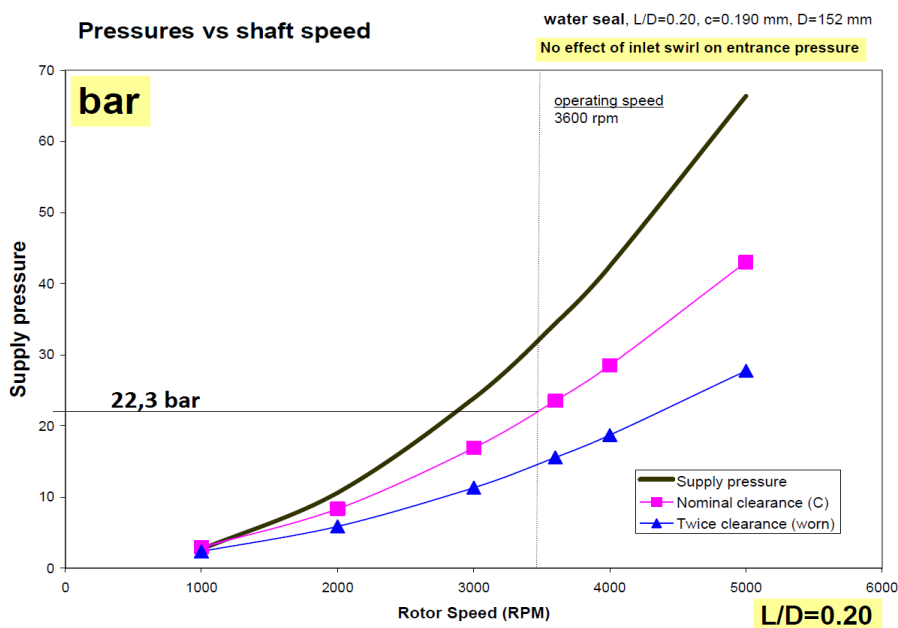


Obr. B.0.1. Geometrie zjednodušené těsnící spáry v programu GAMBIT.

Rozměry spáry jsou zaneseny v Tab. 4.1 a okrajové podmínky zůstávají identické:

- inlet – pressure inlet
- outlet – pressure outlet
- stator – wall stator
- rotor – wall rotor (377 rad/s)
- vnitřek domény – fluid

Protože zanedbáváme vstupní doménu, zadáme do podmínky *pressure inlet* tlak 22,3 bar dle Obr. B.2 (křivka *nominal clearance*). Tento tlak je měřen kousek za vstupem do prostoru spáry, kde dochází k vyrovnání počátečního poklesu tlaku (viz Obr. 3.7) a měl by tedy v sobě již obsahovat vliv vstupní ztráty.



Obr. B.2. Statický tlak před spárou (*supply pressure*) a za vstupem do spáry (*entrance pressure* – křivka *nominal clearance* a *twice clearance*).

Zdroj: Dr. Luis San Andrés [11], str. 11.

B.1 Iterace statického tlakového spádu

Proveďme nejdříve výpočet proudění ve spáře pro případ, kdy do podmínky *pressure inlet* zadáme hodnotu totálního tlaku stejnou, jako statický tlak $p_e = 22,3 \text{ bar}$ (viz Obr. 4.2). Tedy jako kdybychom byli schopni zadávat přímo statický tlakový spád.

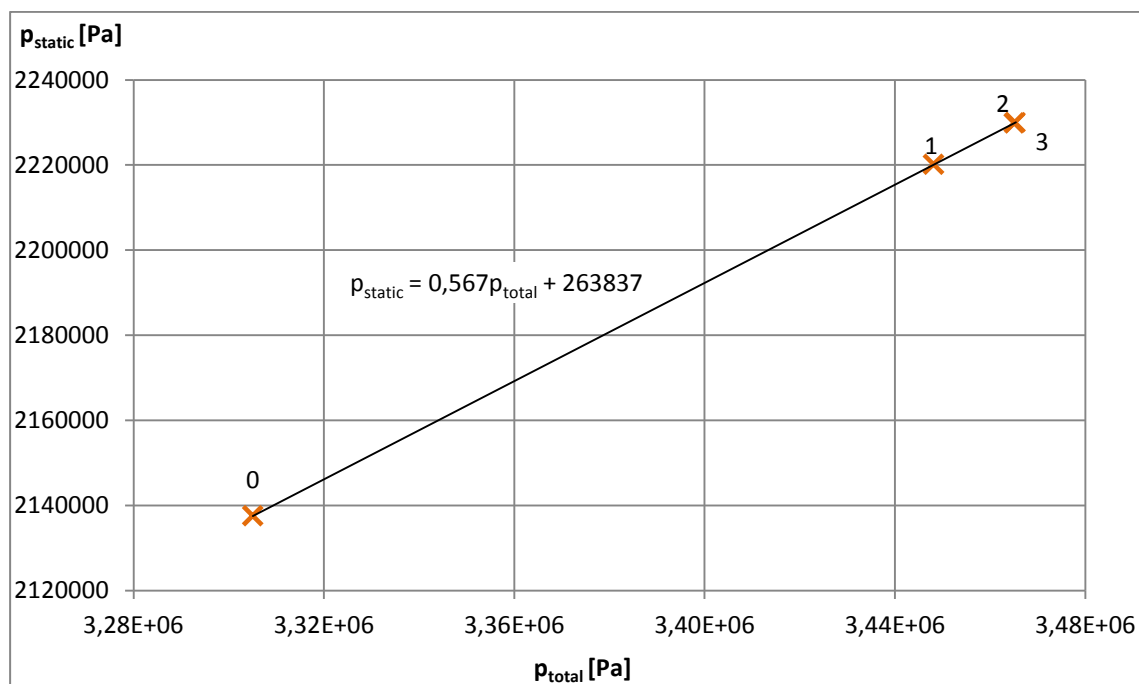
Po proběhnutí výpočtu vidíme, že statický tlak na vstupu se oproti požadované hodnotě $22,3 \text{ bar}$ snížil o velikost dynamické složky tlaku (Tab. B.1). V pravé části tabulky je pro nás důležitá hodnota hmotnostního průtoku těsnicí spárou, který je důležitým atributem těsnicí spáry.

p_{static} [Pa]	p_{dynamic} [Pa]	p_{total} [Pa]	Mass flow [kg/s]
1557401,8	672598,25	2230000,00	3,338

Tab. B.1. Velikosti tlaku a hmotnostního průtoku na vstupní okrajové podmínce.

Z Tab. B.1 vyplývá, že pokud budeme chtít dosáhnout statického tlaku na vstupu $22,3 \text{ bar}$ neboli tlak p_e , musíme za totální tlak v podmínce *pressure inlet* dosadit vyšší hodnotu, než je $22,3 \text{ bar}$. Otázkou je, jaká je ona hodnota. Její hledání může být časově velice náročné. Naštěstí pro nás, po několika pokusech je lehké zjistit, že existuje lineární funkční závislost mezi statickým a totálním tlakem na vstupu viz Obr. B.3, v Tab. B.2 jsou poté zaneseny veličiny pro jednotlivé iterace.

Fakt, že se jedná o lineární závislost, urychluje konvergenci. V zásadě je za potřeby minimálně tři iterací pro dosažení cílového statického tlaku na vstupu s dostatečnou přesností. Přímka, jejíž rovnici chceme znát, je určena dvěma body. První bod, resp. iterace, je výchozí souřadnice. Druhý bod určuje směr přímky. Jakmile známe rovnici přímky, známe také s určitou přesností pozici jakéhokoliv dalšího bodu, jehož souřadnice tvoří p_{static} a p_{total} , tedy i našeho cílového bodu.



Obr. B.3. Postup iterace statického tlaku, který je lineární funkcí tlaku totálního.

it	p_{static} [Pa]	$p_{dynamic}$ [Pa]	p_{total} [Pa]	Mass flow [kg/s]	Aproximace č.1	Aproximace č.2	
0	2137503,5	1167569,5	3305073	4,197	p_{total} 3448093,9	a_{12} 0,567	b_{12} 263837
1	2220172	1227922	3448094	4,304		p_{total} 3465416,1	
2	2229819	1235278,1	3465097,1	4,317			
3	2230006,5	1235409,5	3465416	4,317			

Tab. B.2. Postup iterace statického tlaku na vstupu pro model *non-equilibrium wall function*.

V Tab. B.2 v levém sloupci vidíme iterace 0 až 3 a pro každou z nich zaznamenané hodnoty statického, dynamického a totálního tlaku a hmotnostní tok spárou.

V pravé části Tab. B.2 jsou jednoduché aproximace, které nám pomáhají co nejlépe předpokládat vstupní hodnotu totálního tlaku do další iterace. První z nich označená č. 1 se aplikuje na řádek *it* 0 pro získání druhé iterace *it* 1. Druhá aproximace označená č. 2 využívá lineární regrese a vyžaduje minimálně dvě proběhlé iterace, ale je o to přesnější.

Přesný postup iterací je popsán na následujících řádcích.

Nejdříve je nutné mít počáteční odhad totálního tlaku p_{total}^0 pro vstupní okrajovou podmínku, čím přesnější, tím samozřejmě lépe. Po výpočtu proudění s totálním tlakem p_{total}^0 (v našem případě $3\,305\,073\text{ Pa}$) jako okrajovou podmínkou, získáme také hodnotu p_{static}^0 (v našem případě $2\,137\,503,5\text{ Pa}$). Použijeme nyní aproximaci č.1. Předpokládáme lineární závislost a stejný procentuální nárůst ε pro p_{static} (B.1) a p_{total} (B.2). To znamená, že směrnice přímky tvořena nultou a první iterací je závislá na souřadnici počáteční nulté iterace viz Obr. B.4.

$$p_{static}^1 = \varepsilon \cdot p_{static}^0 \quad (B.1)$$

$$p_{total}^1 = \varepsilon \cdot p_{total}^0 \quad (B.2)$$

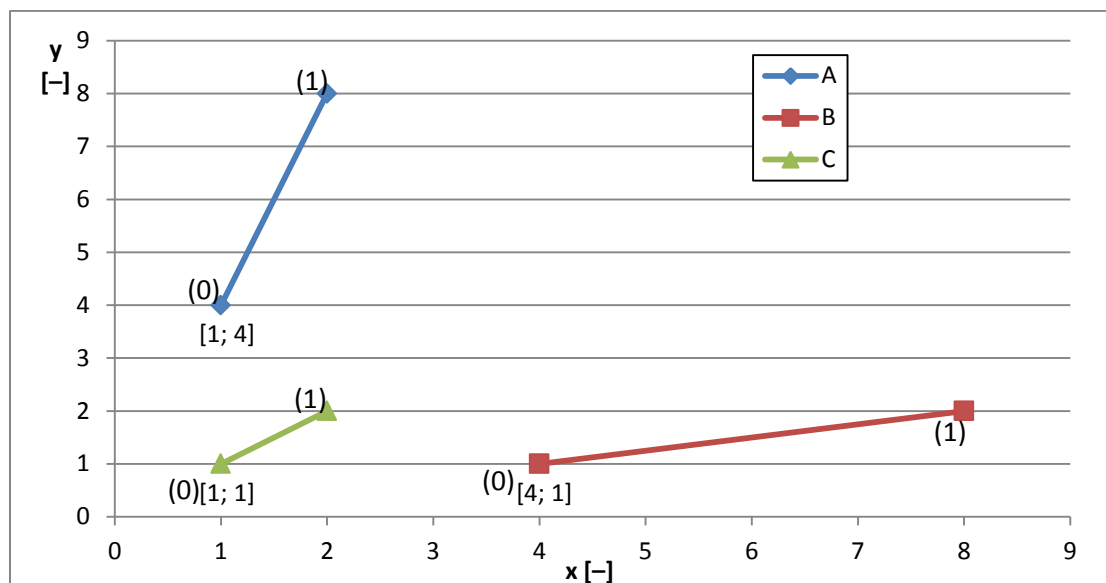
Z rovnice (B.1) a (B.2) vyjádříme hledaný p_{total}^1 , (B.3).

$$p_{total}^1 = p_{total}^0 \cdot \frac{p_{static}^1}{p_{static}^0} \quad (B.3)$$

Dále předpokládáme, že *y*-ová souřadnice iterace (1) (viz Obr. B.3) je rovna cílové hodnotě $p_{static}^1 = 2230000\text{ Pa}$ (B.4). Výsledkem *aproximace* č. 1 je hodnota totálního tlaku na vstupu pro další iteraci *it* 1 (B.5).

$$p_{total}^1 = 3305073 \cdot \frac{2230000}{2137503,5} \quad (B.4)$$

$$p_{total}^1 = 3448094\text{ Pa} \quad (B.5)$$



Obr. B.4. Směrnice daná *aproximací č. 1* je závislá na souřadnici nulté iterace, jak lze vidět na příkladu A, B a C.

Zadáme vypočtené p_{total}^1 (B.5) do podmínky *pressure inlet* a zopakujeme výpočet proudění. Nejlépe je spustit výpočet s takto obnoveným zadáním po nové inicializaci. V některých případech totiž dochází k tvorbě *hystereze*. Může se poté stát, že nejsme schopni dokonvergovat k cílovému tlaku, protože je v proudění „uložen“ tvar proudění z předchozího zadání. Znamená to, že bychom pro jeden totální tlak získali dva různé výsledky – jeden pro neinicializované a jeden pro inicializované zadání. Jinými slovy by výsledné řešení záviselo i na pořadí jednotlivých iteračních kroků a nejen na konkrétním zadání okrajových podmínek. Tomu se vyhneme právě novou inicializací na začátku každého výpočtu.

Pokud by se nám nyní povedlo přesně určit směrnici lineární závislosti, pak bychom na vstupu do spáry opravdu získali požadovaných 22,3 bar. Je to však málo časté.

Jakmile získáme dvě provedené iterace, uplatníme na ně *aproximaci č. 2*, která funguje jako standardní lineární regrese (Obr. B.3). Pokud ani nyní nedosáhneme požadované přesnosti, použijeme *aproximaci č. 2* tolikrát, kolikrát bude potřeba. Pokaždé však jen pro poslední dvě iterace z důvodu rychlejší konvergence.

B.2 Iterace vektoru rychlosti

Potřebujeme splnit podmínku, že voda na vstupu do těsnící spáry rotuje s poloviční úhlovou rychlostí oproti úhlové rychlosti rotoru, což označujeme jako $\alpha = 0,5$. Velikost požadované tangenciální složky rychlosti je pro naše zadání 14,36 m/s viz (4.3). Velikost tangenciální složky zadáváme v okrajové podmínce na vstupu pomocí poměrného zastoupení složek vektoru rychlosti.

Řekněme například, že máme vektor \vec{v} se svojí *axiální*, *radiální*, *tangenciální* složkou. Poté podle zápisu v rovnici (B.6) je absolutní velikost rychlosti rozdělena do směru axiálního a tangenciálního v poměru 1:1. Radiální složka není zastoupena.

$$\vec{v} = (ax, rad, tg) = (1; 0; 1) \quad (B.6)$$

Pokud bychom zadávali okrajovou podmínku rychlostního typu, tj. *velocity inlet*, a zároveň takto specifikovali i poměrové zastoupení vektoru, znali bychom i konkrétní velikosti složek vektoru.

Protože, ale pracujeme s podmínkou *pressure inlet*, neznáme ani celkovou velikost vektoru rychlosti a tedy ani velikosti jeho jednotlivých složek. Dále, pro jedno zadání totálního tlaku na vstupní okrajové podmínce dostaneme jiné statické tlaky na vstupu pro různé poměrové zastoupení složek vektoru rychlosti. To, že složky vektoru rychlosti ovlivňují statický tlak a naopak, znamená, že zde máme dva navzájem provázané iterační výpočty, které nelze jednoduše oddělit.

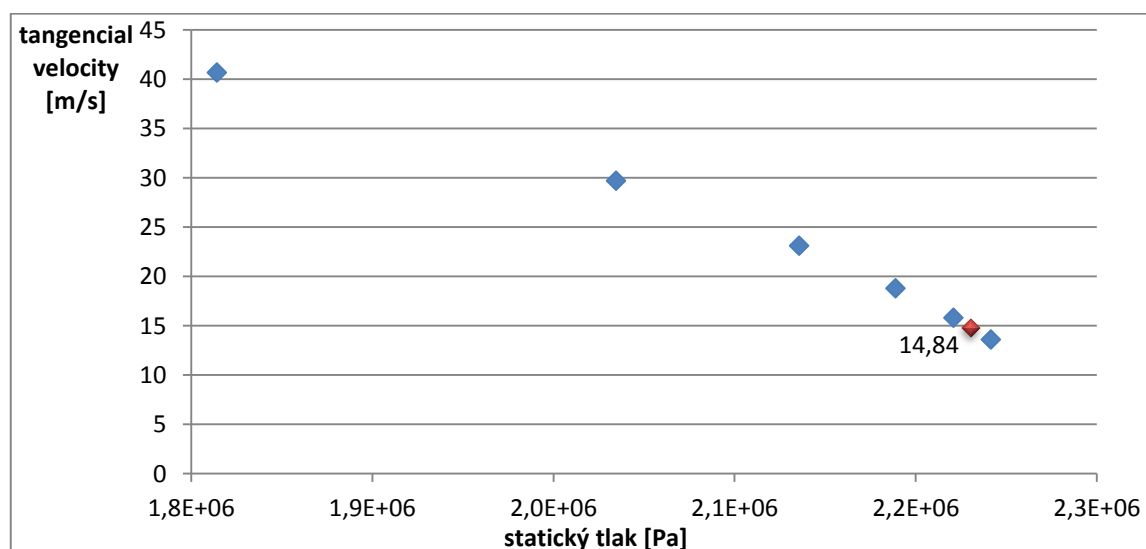
B.3 Shrnutí iteračního postupu

Podívejme se na celou situaci z pohledu citlivostní analýzy. V Tab. B.3 jsou zaneseny veličiny na vstupu do domény: poměry axiální a tangenciální složky vektoru rychlosti, velikost tangenciální složky rychlosti a výsledné hodnoty statického tlaku na vstupu, to vše pro konstantní totální tlak. V předposledním řádku tabulky je náš hledaný statický tlak.

Vector components		velocity	pressure
axial	tangencial	tangencial	static
1	1	40,67	1814299
1,5	1	29,70	2034588
2	1	23,08	2135766
2,5	1	18,78	2188913
3	1	15,79	2220856
3,2	1	14,84	2230007
3,5	1	13,60	2241642

Tab. B.3. Vlivu změny poměru složek vektoru rychlosti na vstupu na statický tlak.

Data z Tab. B.3 jsou také vykreslena do grafu na Obr. B.5, ze kterého lze odvodit vhodný postup zdvojené iterace tlaku a rychlosti.



Obr. B.5. Vliv změny tangenciální složky rychlosti na velikost statického tlaku na vstupu.

Praktické doporučení pro postup iterace je následovný:

- 1) Odhadnout počáteční totální tlak p_{total}^0 , abychom se co nejvíce přiblížili cílovému p_{static} . Zjistit velikost axiální složky rychlosti na vstupu v_{ax} .
- 2) V okrajové podmínce *pressure inlet* odhadnout poměrové zastoupení axiální a tangenciální složky rychlosti.
Například pokud má změřená axiální složka rychlosti na vstupu velikost 40 m/s a my požadujeme, aby tangenciální složka byla $14,36 \text{ m/s}$, neboli 2,8 krát méně oproti axiální, zadáme do podmínky *pressure inlet* poměrové zastoupení 2,8:0:1 (axiální: radiální: tangenciální).
S takto upravenou okrajovou podmínkou provedeme další iteraci tlaku použitím *aproximace č. 1*.
- 3) Iterování rychlosti je vhodné provádět především na počátku iterování tlaku. Z Obr. B.5 vyplývá, že jakmile jsou odchylky mezi iteracemi tlaku v řádu jednotek kPa , je vhodné již mít ukončenou iteraci rychlosti, která se při těchto „malých“ změnách tlaku prakticky nemění. Dále již pouze provádět iterace tlaku použitím *aproximace č. 2*.
- 4) Opakovat bod 3) dokud nedosáhneme dostatečné přesnosti iterace tlaku a velikosti tangenciální rychlosti, kterou si stanovíme na 5 %. Je důležitější dosáhnout vyšší přesnosti při iterování tlaku než rychlosti, protože tlak má zásadnější vliv na průtočnost, která je hlavním kritériem při hledání optimálního modelu proudění. Proto při dostatečném přiblížení cílové iterace, je vhodné iterovat již pouze tlak za cenu zhoršení přesnosti rychlosti, na kterou jsou stejně kladeny menší požadavky.

Během iterování je nutné hlídat velikost veličiny *wall* y^+ dle podmínky (A.8), (viz příloha A). Použitím zmíněného postupu získáme po určité době konečné řešení zadání zapsané v Tab. B.4.

p_{static} [Pa]	$p_{dynamic}$ [Pa]	p_{total} [Pa]	Mass flow [kg/s]	Tangential velocity [m/s]
2230006,5	1235409,5	3465416	4,317	14,840

Tab. B.4. Výsledné hodnoty veličin na vstupu do těsnící spáry pro turbulentní proudění.

Další důvod proč jsme si ukazovali iterační výpočet na tomto zjednodušeném typu geometrie je ten, že máme nyní možnost porovnat výsledky dvou různých přístupů vycházející z Obr. B.2 k určení hmotnostního toku testovací spárou.

První přístup provedený v textu diplomové práce v kapitole 4, počítal s existencí vstupní a výstupní domény a tlakového spádu $p_s - p_a = 33,4 \text{ bar}$. Tlak atmosférický na výstupu se považuje za nulový a úloha se počítá v relativním statickém tlaku.

Druhý přístup použitý v příloze B využil statický tlakový spád $p_e - p_a = 22,3 \text{ bar}$ a mohl si dovolit zanedbat vstupní a výstupní doménu.

Správně by oba postupy měly vést ke stejnému výsledku, ale pravdou je, že při zanedbání domén jsme se odchýlili od zadání o cca $0,3 \text{ kg/s}$ (7,9 %) na rozdíl od spáry s doménami, kde byla odchylka $0,08 \text{ kg/s}$ (2 %). Výrazně větší odchylka je nejspíše způsobena pochybnou hodnotou tlaku p_e za vstupem do spáry. Pro zlepšení výsledku by bylo pravděpodobně nutné znát nejen konkrétní místo měření tlaku p_e , ale také jeho podrobnější průběh po výšce spáry.

Příloha 1 – Tlakové okrajové podmínky turbulentního modelu

Zone Name

inlet

Momentum | Thermal | Radiation | Species | DPM | Multiphase | UDS

Reference Frame

Absolute

Gauge Total Pressure (pascal)

3554116

constant

Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal)

0

constant

Direction Specification Method

Direction Vector

Axial-Component of Flow Direction

1

constant

Radial-Component of Flow Direction

0

constant

Tangential-Component of Flow Direction

3.38

constant

Turbulence

Specification Method

Intensity and Hydraulic Diameter

Turbulent Intensity (%)

0.2

P

Hydraulic Diameter (mm)

1.9

P

Zone Name

outlet

Momentum | Thermal | Radiation | Species | DPM | Multiphase | UDS

Gauge Pressure (pascal)

0

constant

Backflow Direction Specification Method

Normal to Boundary

☐ Radial Equilibrium Pressure Distribution

☐ Average Pressure Specification

☐ Target Mass Flow Rate

Turbulence

Specification Method

Intensity and Hydraulic Diameter

Backflow Turbulent Intensity (%)

0.2

P

Backflow Hydraulic Diameter (mm)

1.9

P

Tlaková okrajová podmínka turbulentního modelu *non-equilibrium wall function*

Příloha 2 – Tlakové okrajové podmínky laminárního modelu

Zone Name
inlet

Momentum | Thermal | Radiation | Species | DPM | Multiphase | UDS

Reference Frame Absolute

Gauge Total Pressure (pascal) 3537520 constant

Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal) 0 constant

Direction Specification Method Direction Vector

Axial-Component of Flow Direction 1 constant

Radial-Component of Flow Direction 0 constant

Tangential-Component of Flow Direction 2.5 constant

Zone Name
outlet

Momentum | Thermal | Radiation | Species | DPM | Multiphase | UDS

Gauge Pressure (pascal) 0 constant

Backflow Direction Specification Method Normal to Boundary

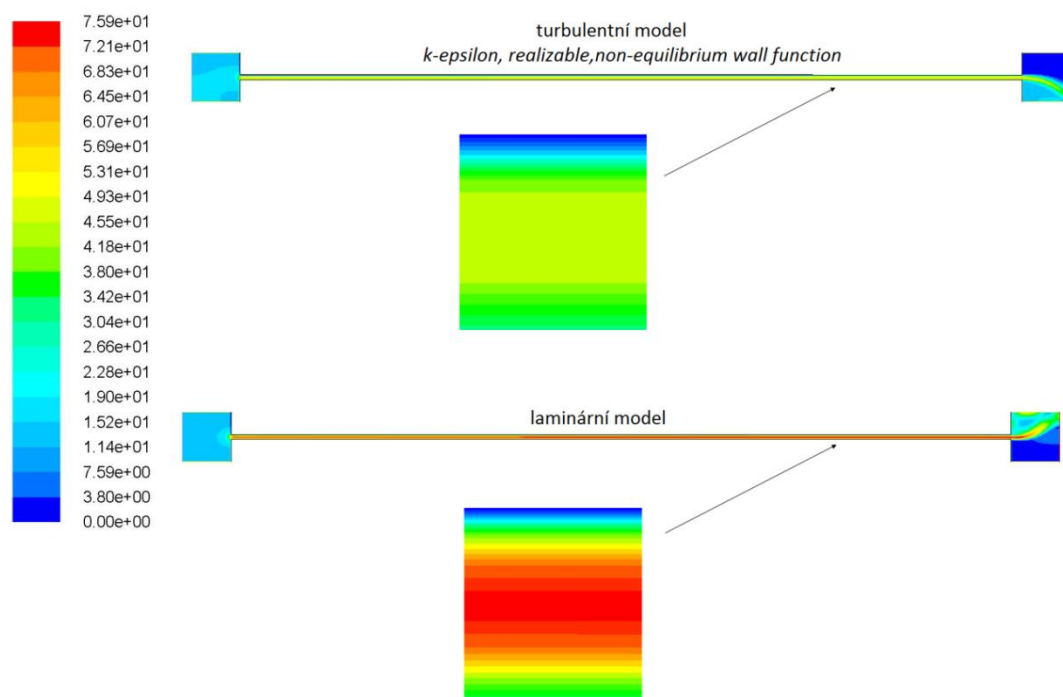
☐ Radial Equilibrium Pressure Distribution

☐ Average Pressure Specification

☐ Target Mass Flow Rate

Tlaková okrajová podmínka laminárního modelu

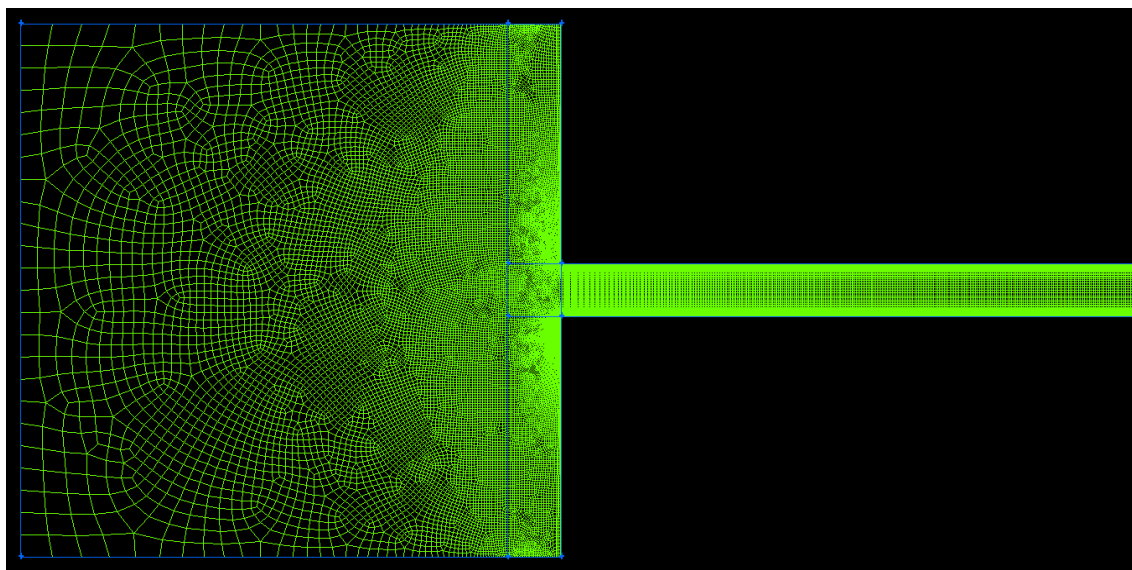
Příloha 3 – turbulentní vs. laminární model: absolutní velikost rychlosti



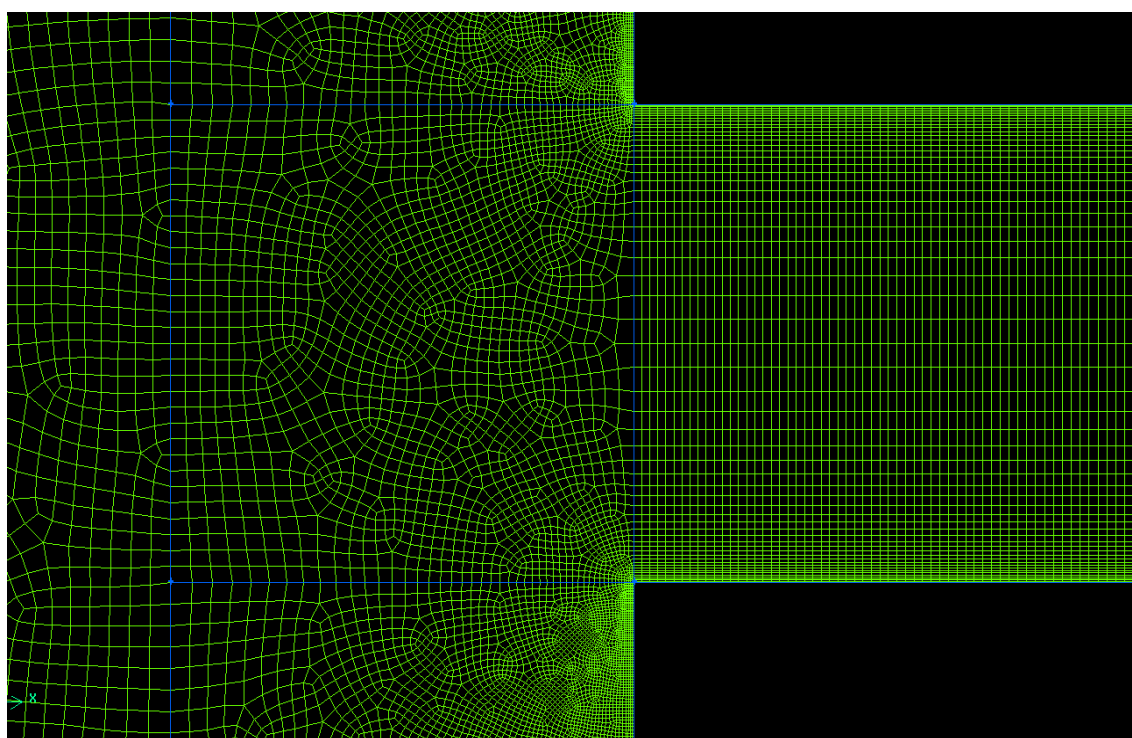
Contours of Velocity Magnitude (m/s)

Apr 02, 2013
ANSYS FLUENT 14.0 (axi, swirl, dp, pbns, lam)

Příloha 4 – Detail sítě pro kvalitnější turbulentní modely



Ukázka výpočetní sítě vstupní resp. výstupní domény, které jsou vůči sobě zrcadlově symetrické.



Detail výpočetní sítě v oblasti vstupu do spáry.

Příloha 5 – Tlakové okrajové podmínky turbulentního modelu

Zone Name

inlet

Momentum | Thermal | Radiation | Species | DPM | Multiphase | UDS

Reference Frame

Absolute

Gauge Total Pressure (pascal)

3551251

constant

Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal)

0

constant

Direction Specification Method

Direction Vector

Axial-Component of Flow Direction

1

constant

Radial-Component of Flow Direction

0

constant

Tangential-Component of Flow Direction

3.34

constant

Turbulence

Specification Method

Intensity and Hydraulic Diameter

Turbulent Intensity (%)

0.2

P

Hydraulic Diameter (mm)

1.9

P

Zone Name

outlet

Momentum | Thermal | Radiation | Species | DPM | Multiphase | UDS

Gauge Pressure (pascal)

0

constant

Backflow Direction Specification Method

Normal to Boundary

☐ Radial Equilibrium Pressure Distribution

☐ Average Pressure Specification

☐ Target Mass Flow Rate

Turbulence

Specification Method

Intensity and Hydraulic Diameter

Backflow Turbulent Intensity (%)

0.2

P

Backflow Hydraulic Diameter (mm)

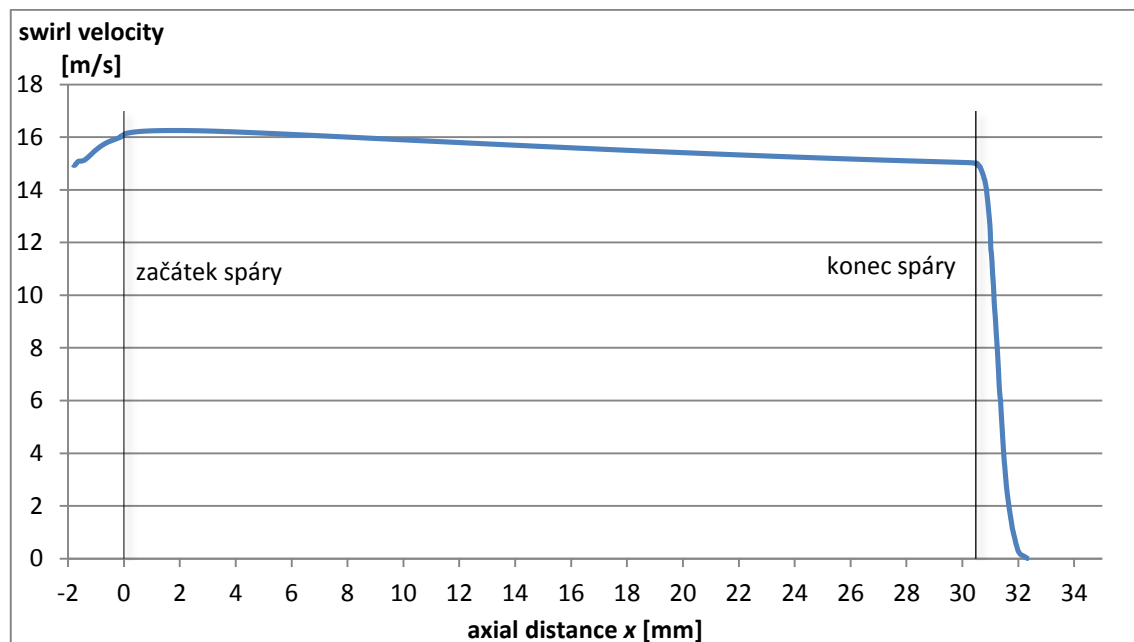
1.9

P

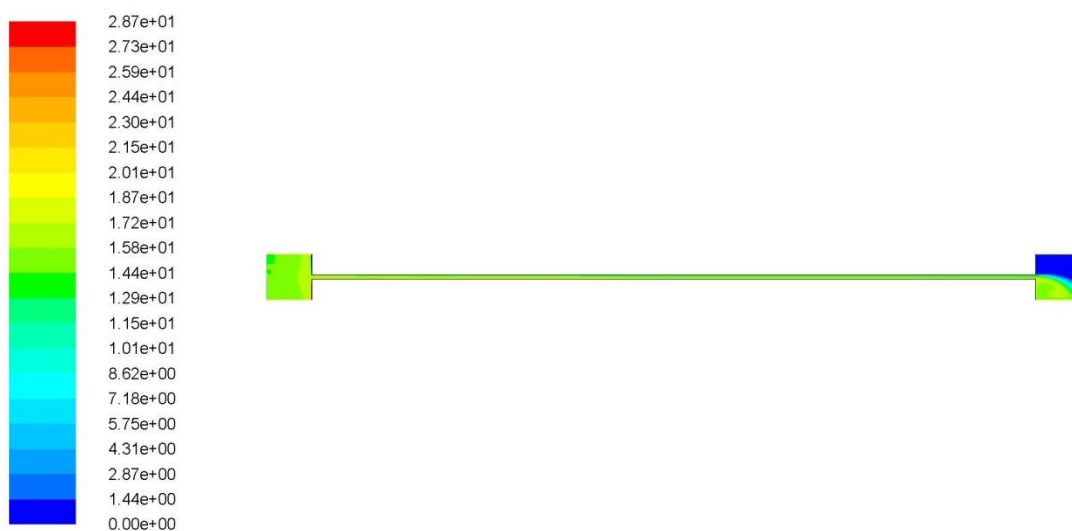
Tlakové okrajové podmínky turbulentního modelu *enhanced wall treatment*

Příloha 6 – Rychlostního pole v těsnící spáře dle *enhanced wall treatment*

Tangenciální rychlost

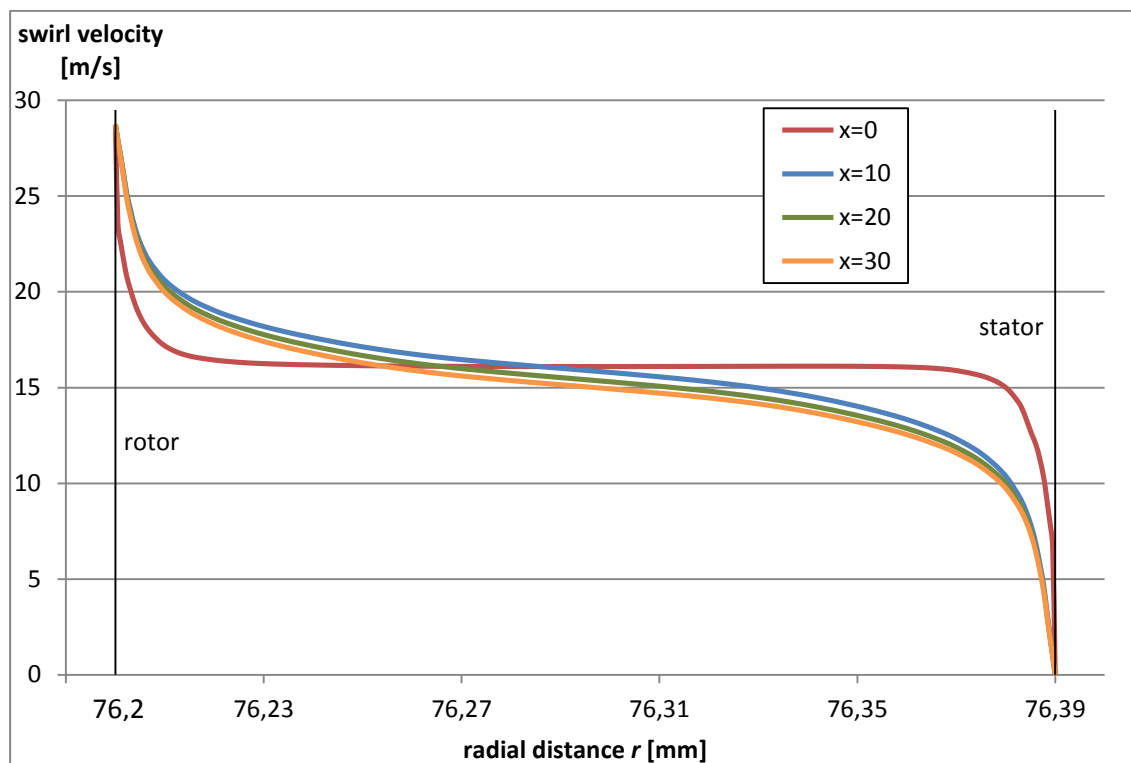


Průběh tangenciální složky rychlosti po délce spáry pro předrotaci rychlosti na vstupu $\alpha = 0,5$. Měřeno na středním poloměru. Již před spárou se projevuje vliv rotace hřídele a dochází k nárůstu tangenciální rychlosti. Pokles rychlosti na výstupu odpovídá konturám rychlosti (viz dole) na středním poloměru spáry.

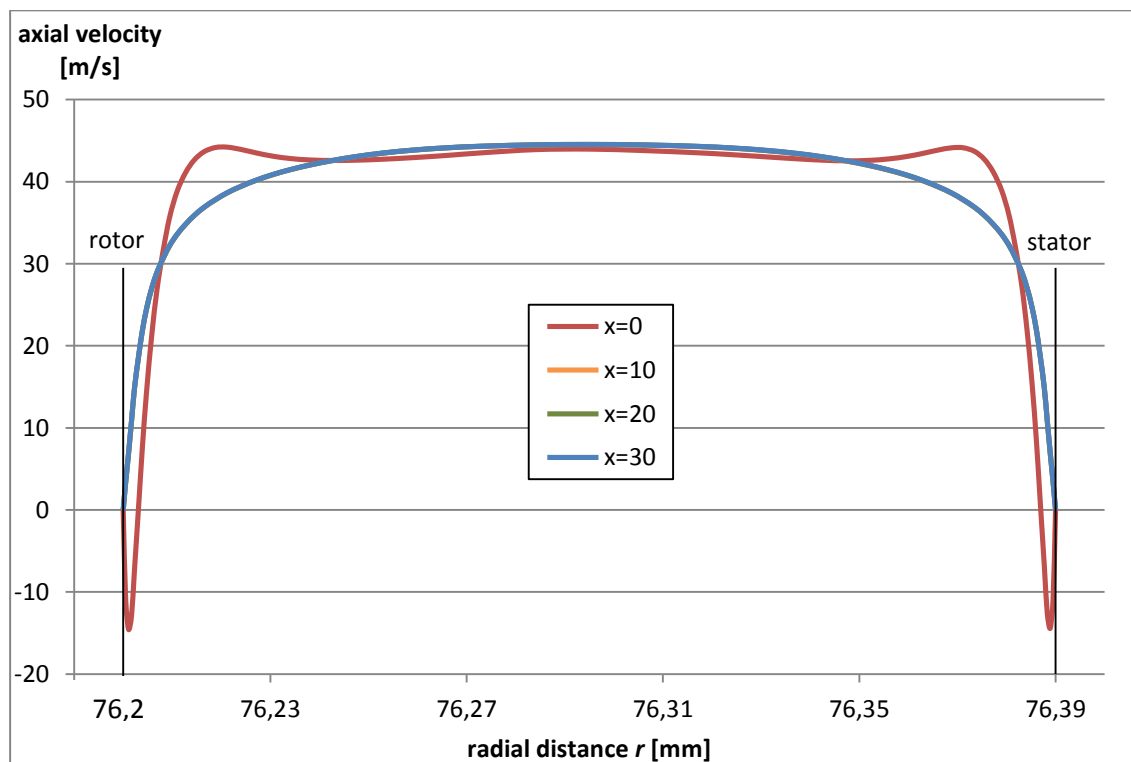


Contours of Swirl Velocity (m/s)

Apr 08, 2013
ANSYS FLUENT 14.0 (axi, swirl, dp, pbns, rke)



Axiální rychlost



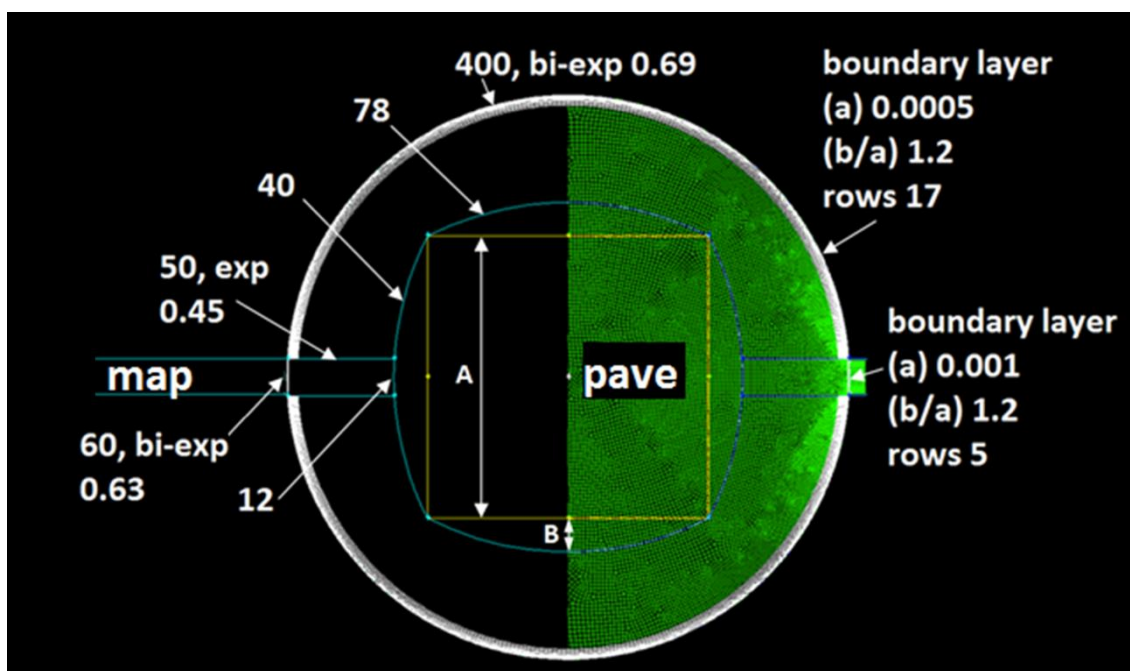
Na průběhu axiální rychlosti pro vzdálenost $x = 0$ je patrné zavíření na vstupu, kdy dochází ke zpětnému proudění. Průběh axiálních rychlostí pro vzdálenosti 10; 20 a 30 se překrývají.

Příloha 7 – Kruhová expanzní komůrka – výpočetní síť

Celý kruh je rozdělen na pět ploch. Rozměry A a B jsou popsány níže.

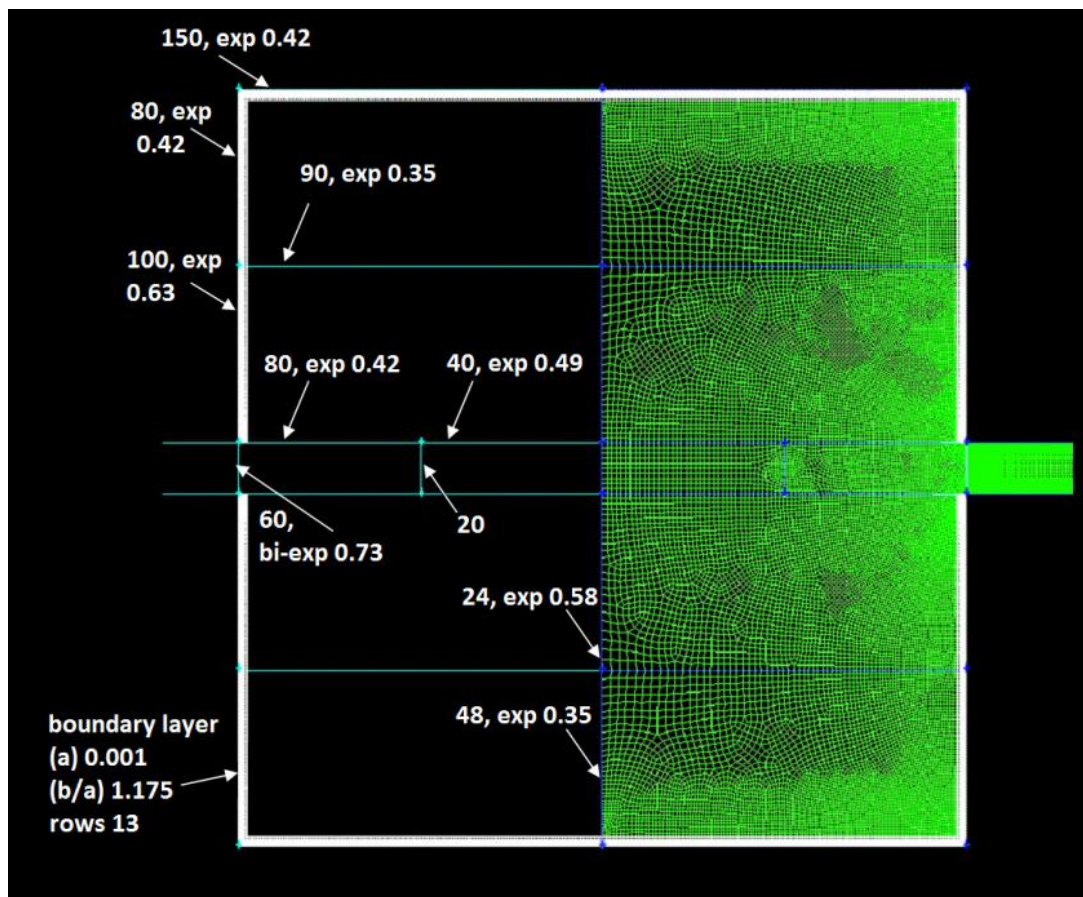
$$A = \frac{0,7\phi D}{\sqrt{2}}$$

$$B = 0,125A$$



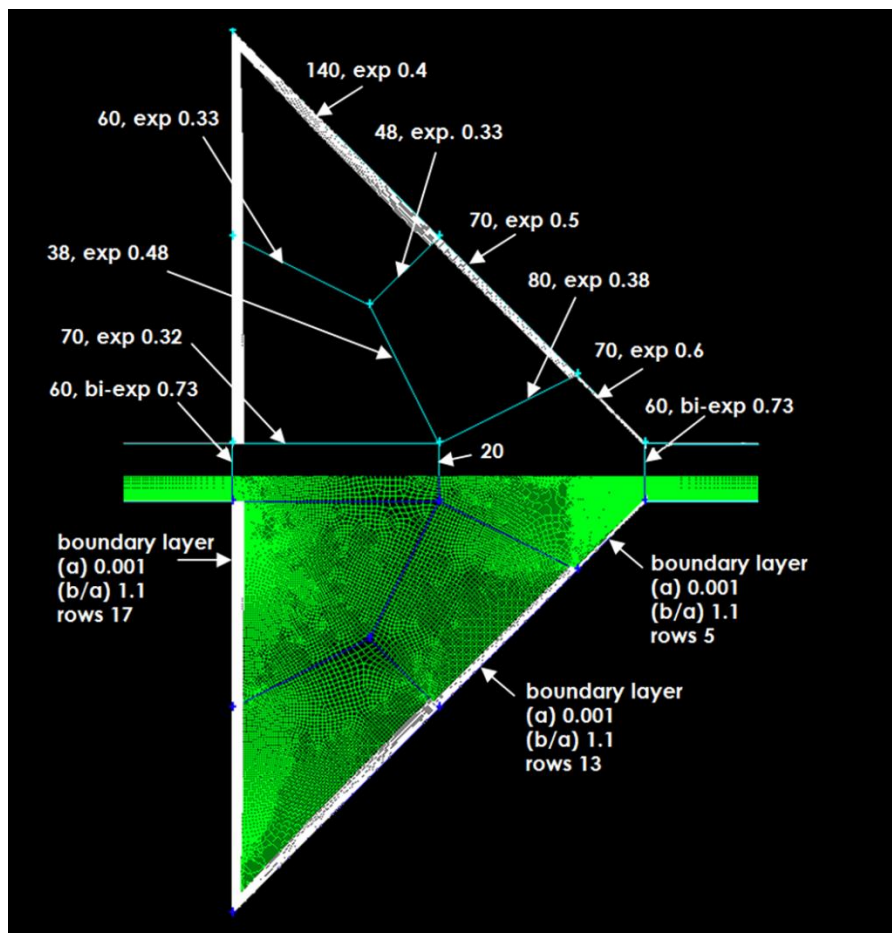
Výpočetní síť s buňkami typu *pave* (zeleně) a s buňkami v mezní vrstvě (bíle).

Příloha 8 – Čtvercová expanzní komůrka – výpočetní síť



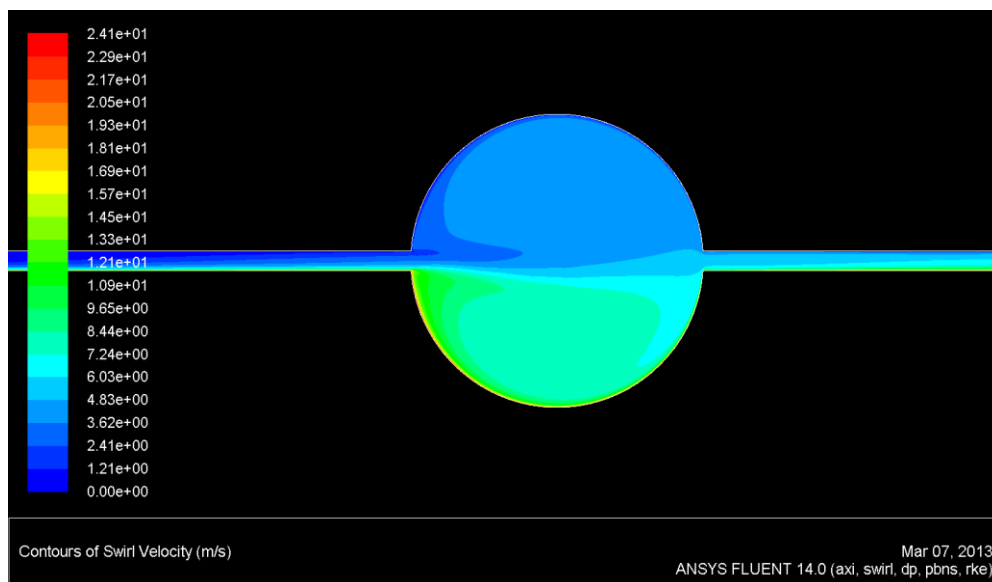
Výpočetní síť s buňkami typu *pave* (zeleně) a s buňkami v mezní vrstvě (bíle).

Příloha 9 – Trojúhelníková expanzní komůrka – výpočetní síť

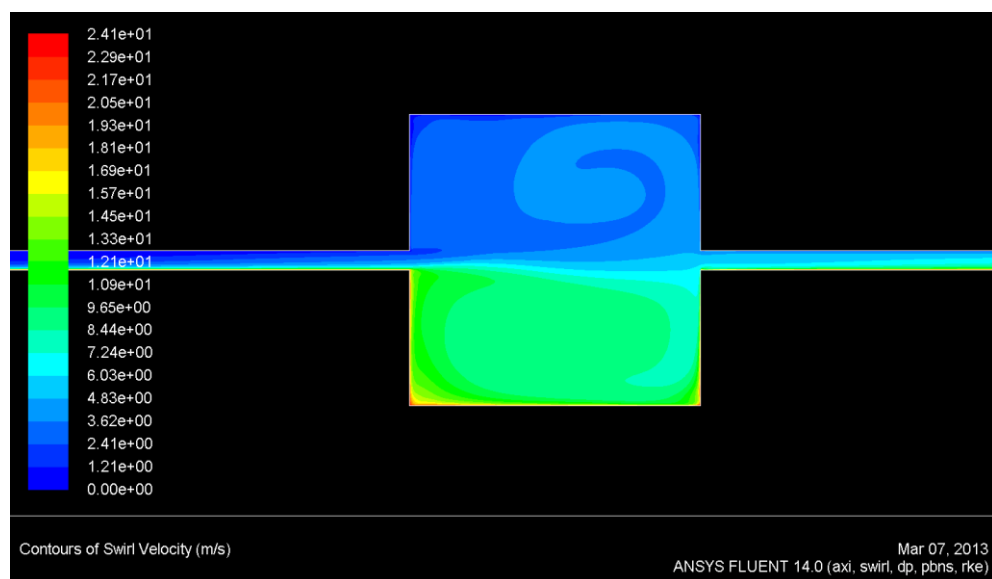


Výpočetní síť s buňkami typu *pave* (zeleně) a s buňkami v mezní vrstvě (bíle).

Příloha 10 – Tangenciální složka rychlosti pro kruhovou a čtvercovou komůrku

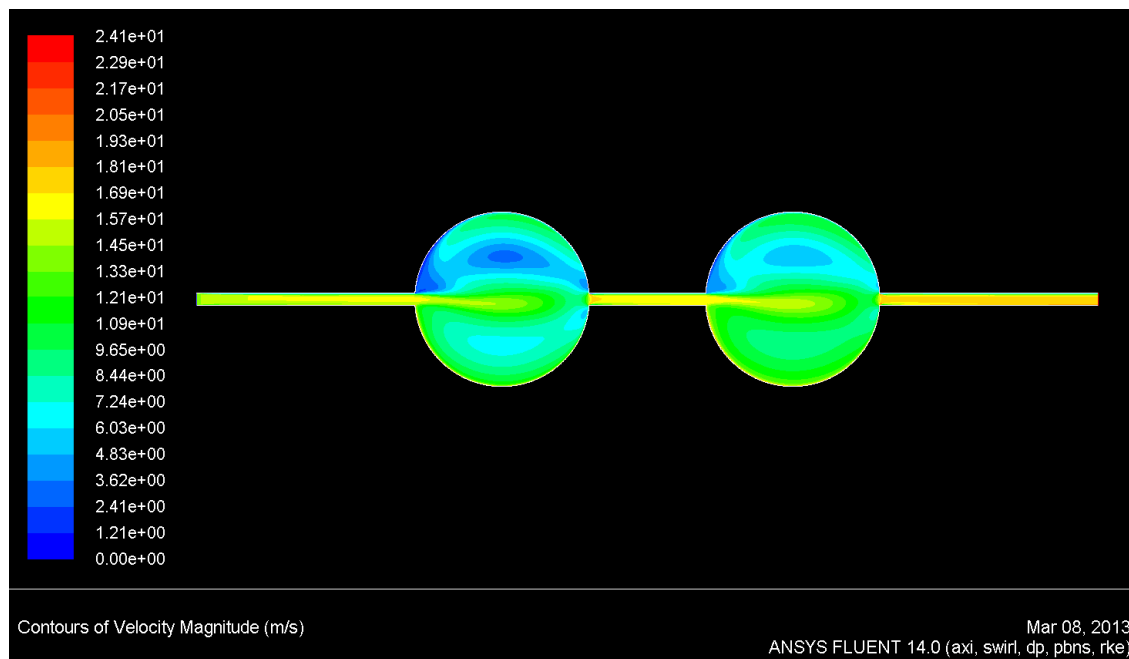


Tangenciální složka rychlosti v těsnici spáře s kruhovou expanzní komůrkou.

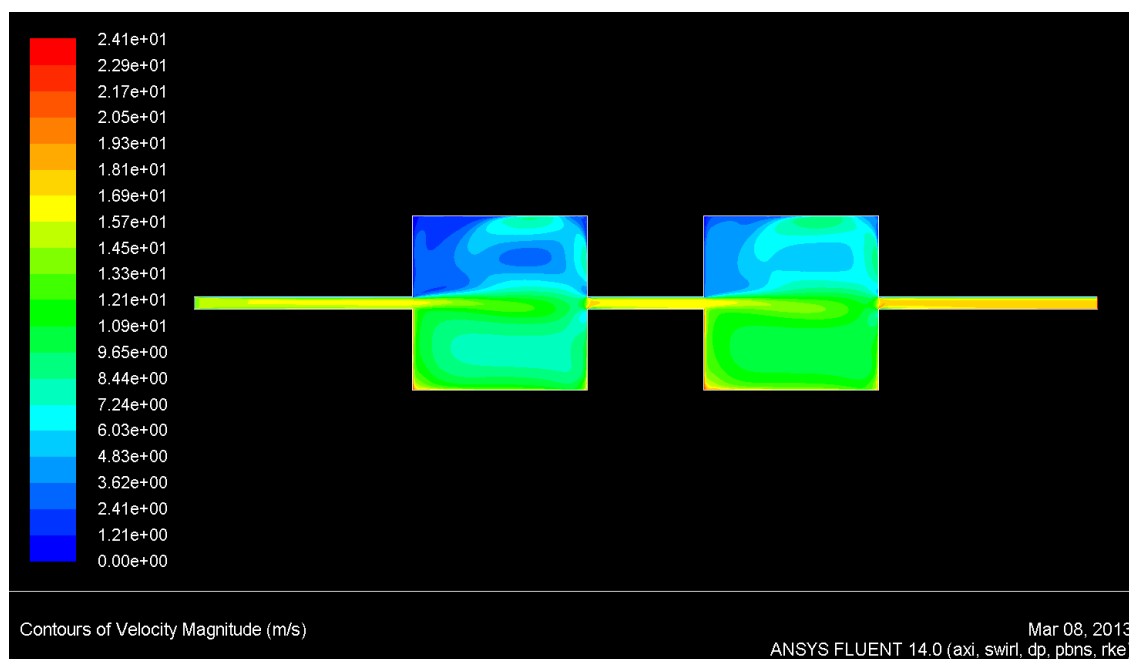


Tangenciální složka rychlosti v těsnici spáře se čtvercovou expanzní komůrkou.

Příloha 11 – Kruh $\times 2$ vs. čtverec $\times 2$

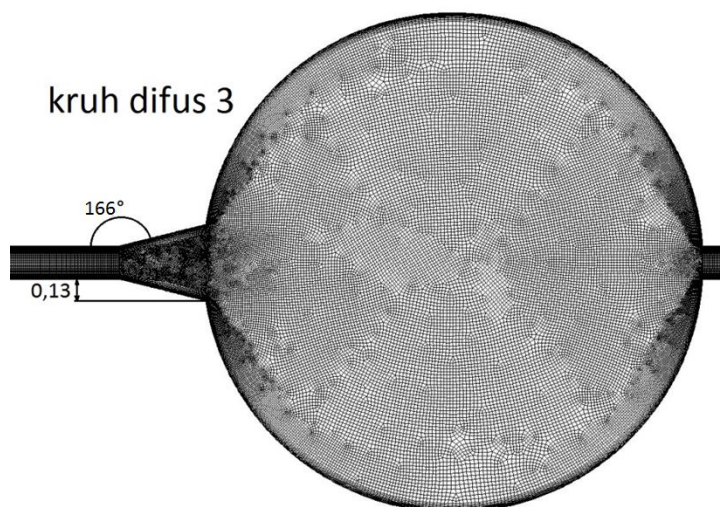
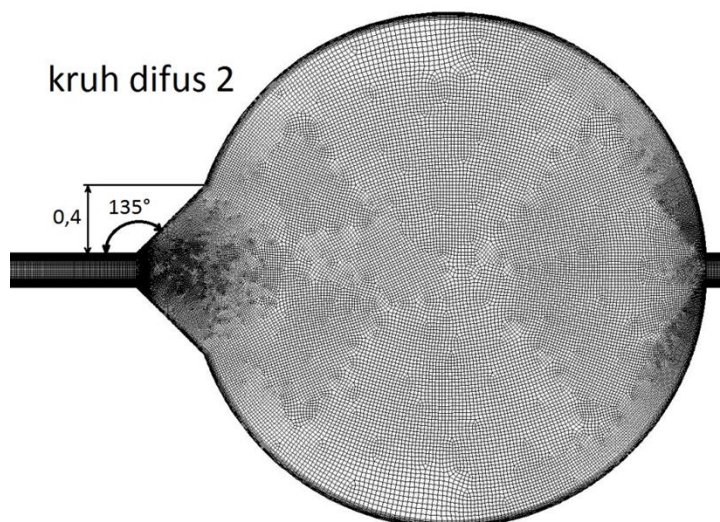
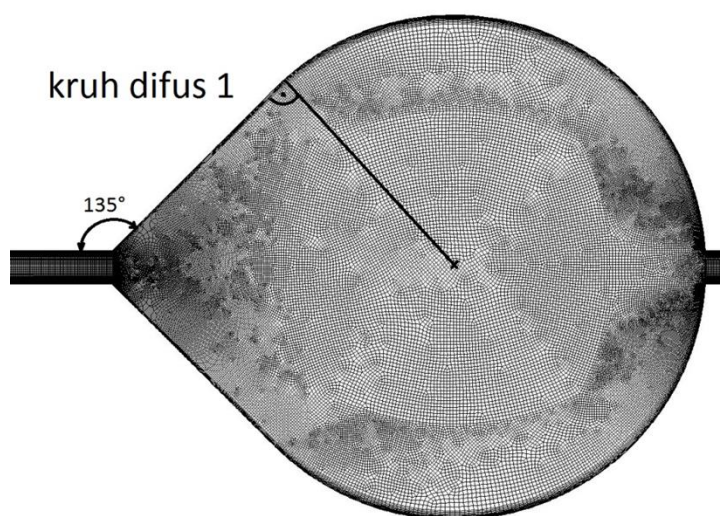


Absolutní velikost rychlosti v těsnící spáře se dvěma kruhovými expanzními komůrkami.

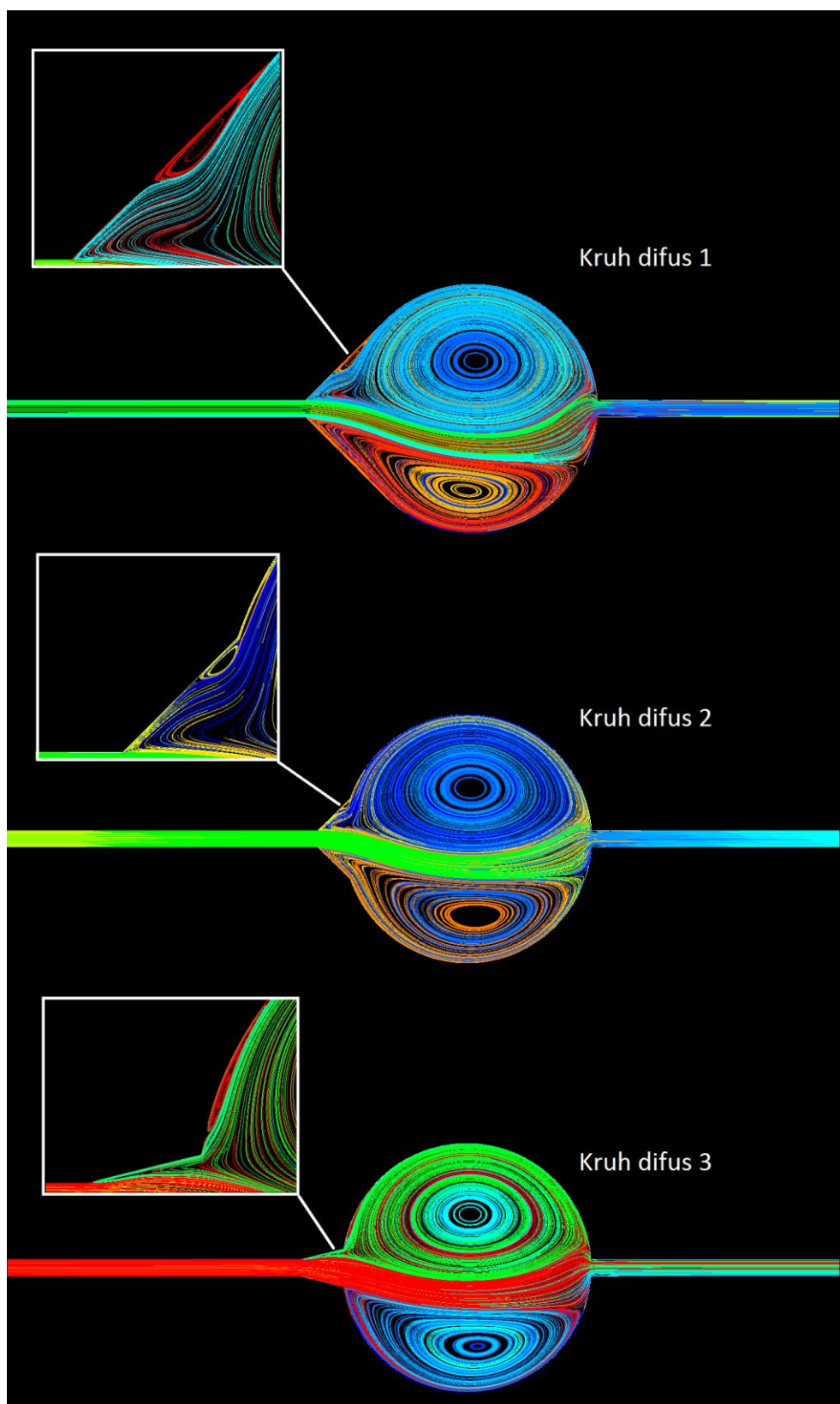


Absolutní velikost rychlosti v těsnící spáře se dvěma čtvercovými expanzními komůrkami.

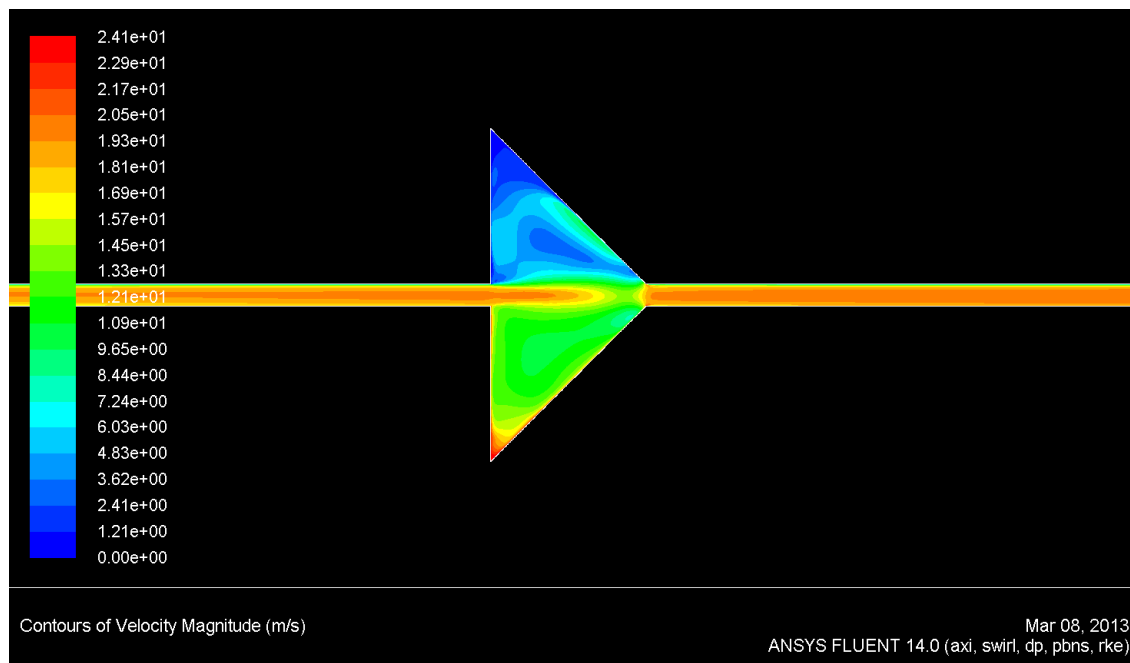
Příloha 12 – Kruh difus 1, 2, 3 – geometrie



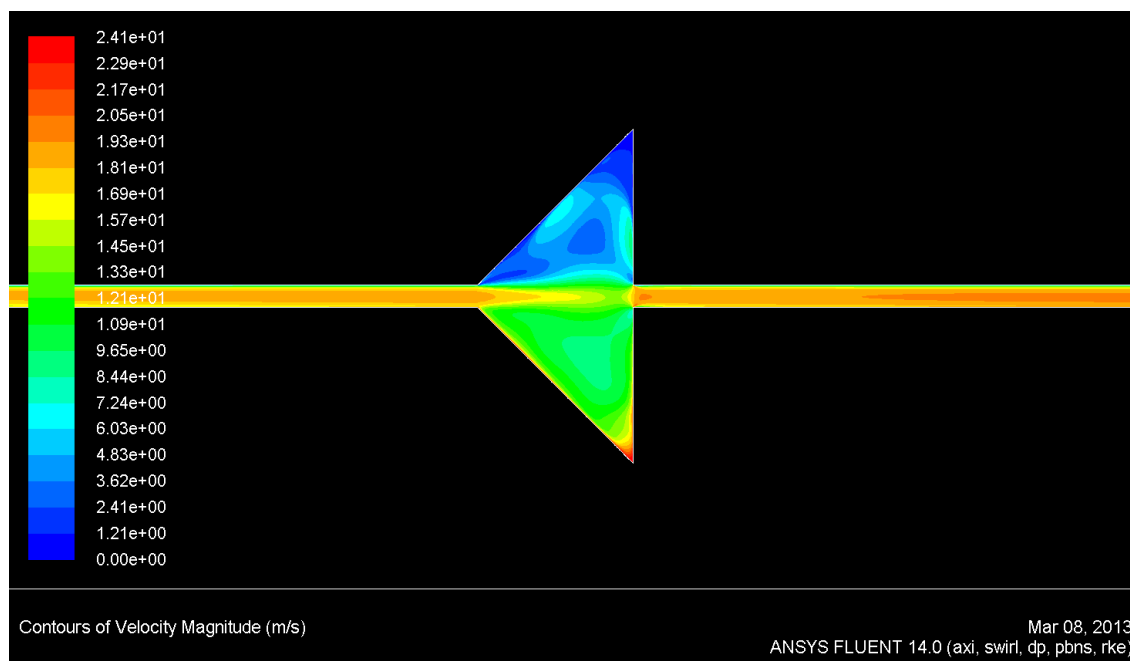
Příloha 13 – Kruh difus 1, 2, 3 – proudnice



Příloha 14 – Trojúhelníkový konfuzor a difuzor – absolutní velikost rychlosti

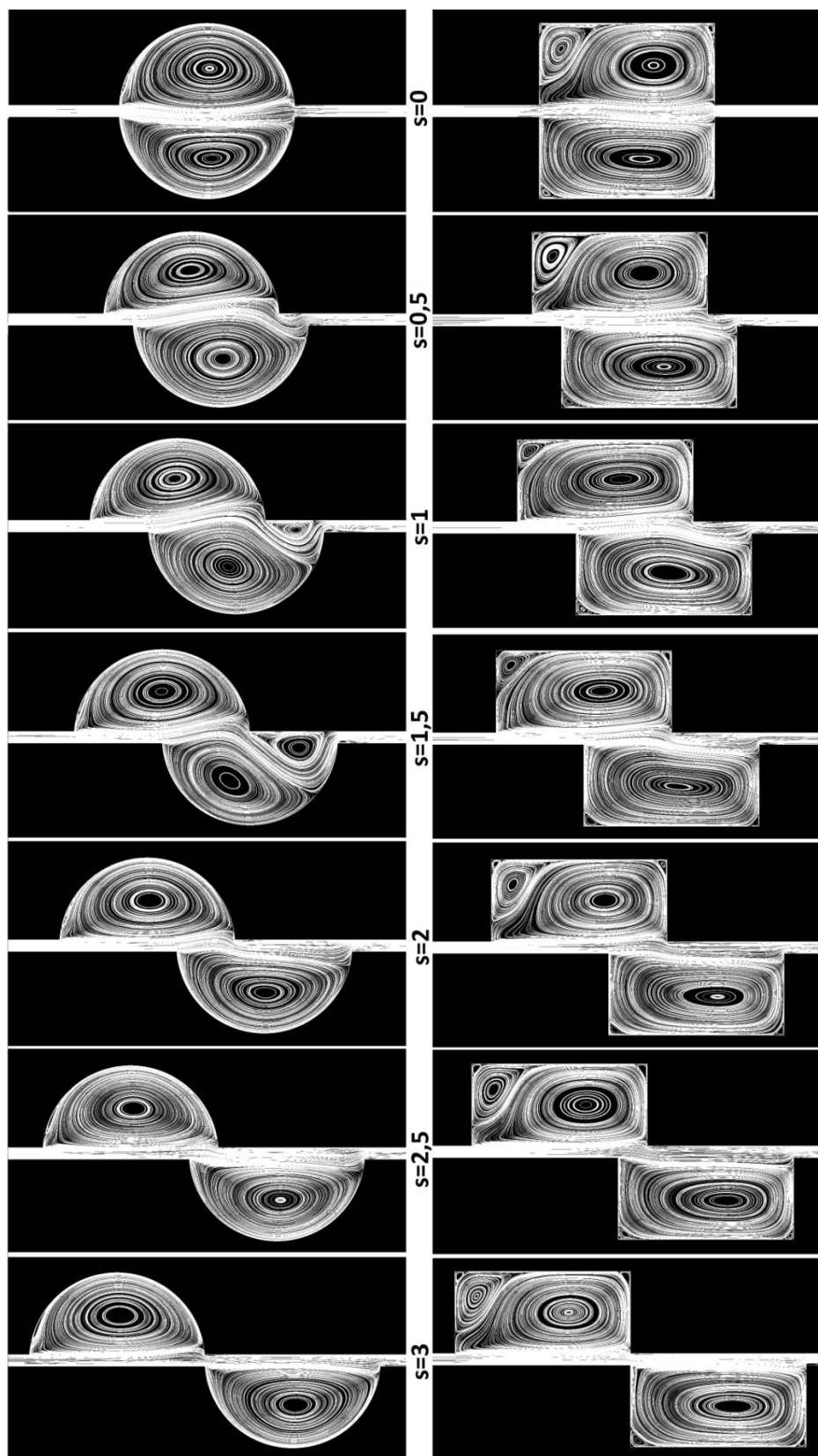


Trojúhelníkový konfuzor. Absolutní velikost rychlosti proudění.



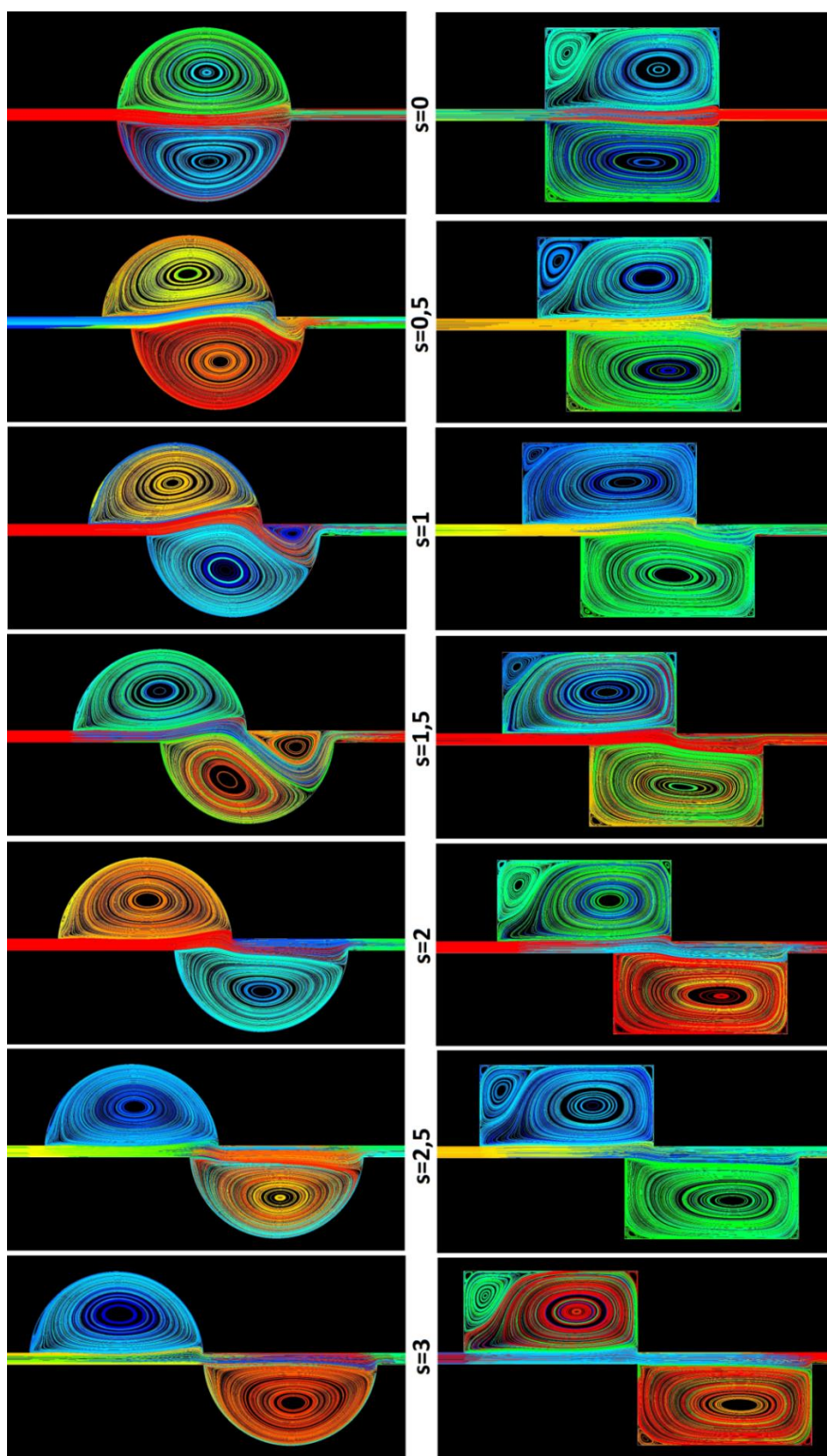
Trojúhelníkový difuzor. Absolutní velikost rychlosti proudění.

Příloha 15 – Těsnící spára *kruh slided* a *čtverec slided* – černobíle



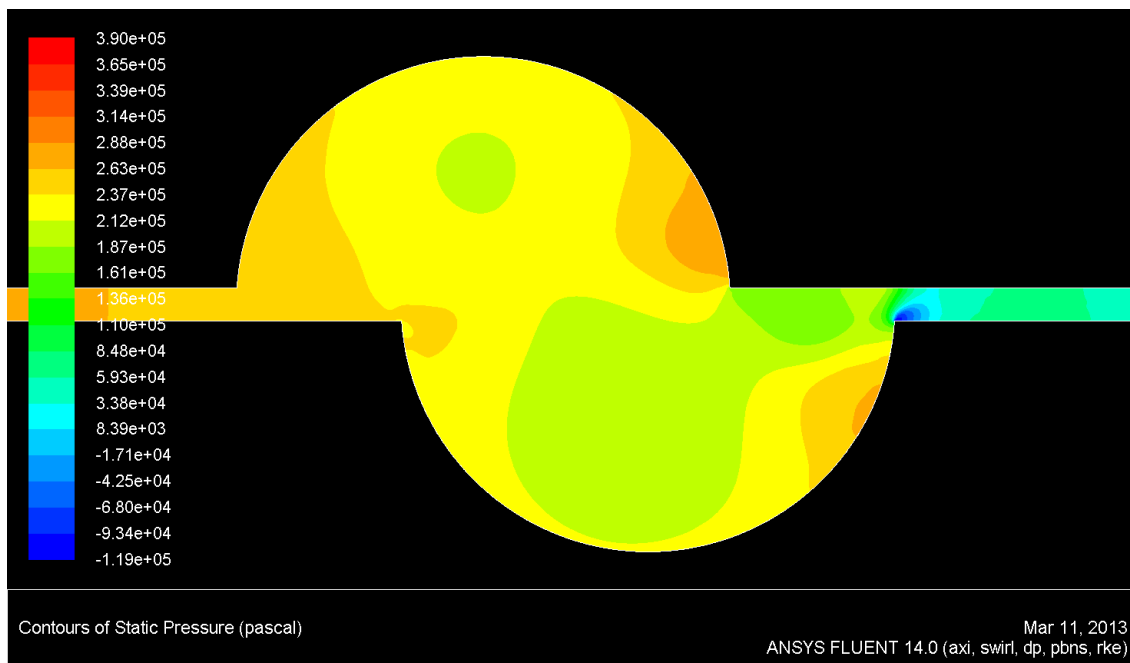
Těsnící spára *kruh slided* (nalevo) a *čtverec slided* (napravo) s přesunutím komůrek o velikost s .

Příloha 16 – Těsnící spára *kruh slided* a *čtverec slided* – barevně



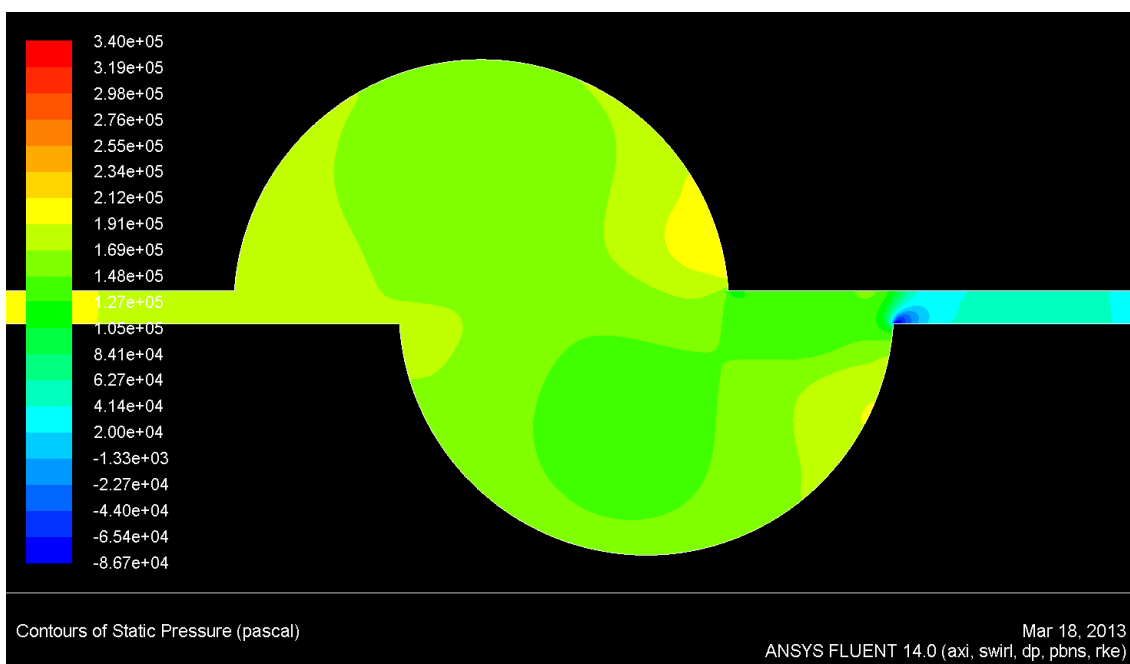
Těsnící spára *kruh slided* (nalevo) a *čtverec slided* (napravo) s přesunutím komůrek o velikost s .

Příloha 17 – Kruh slided 1 – statický tlak



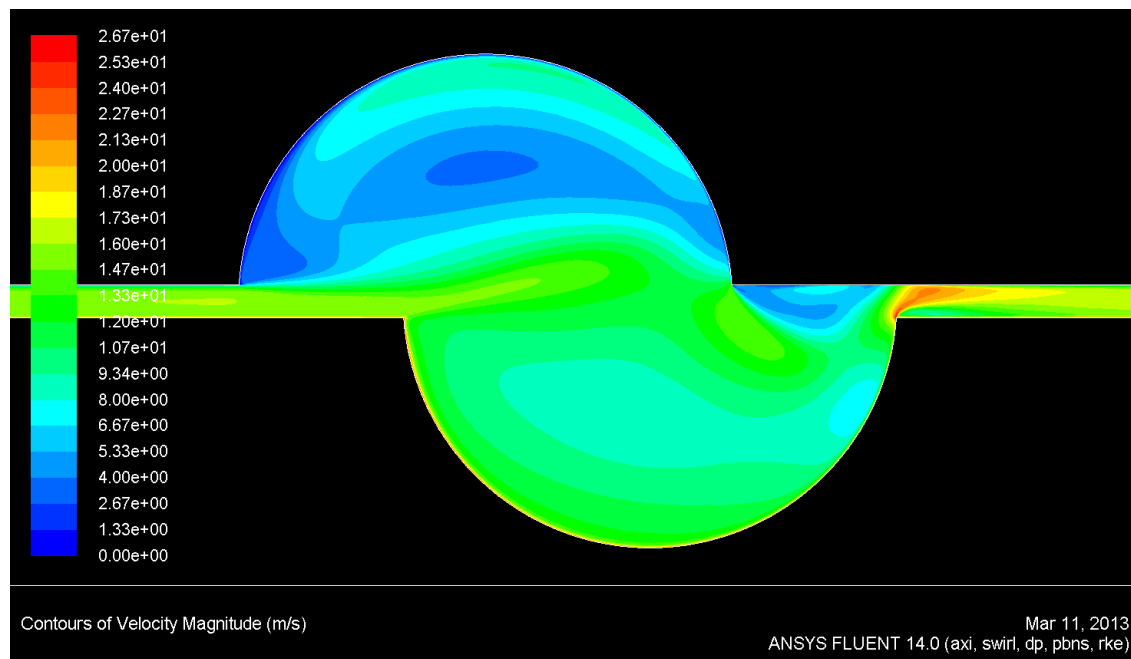
Statický tlak pro těsnící spáru *kruh slided 1* bez uvažování vstupní a výstupní ztráty.

Příloha 18 – Kruh slided 1 – statický tlak včetně vstupní a výstupní ztráty



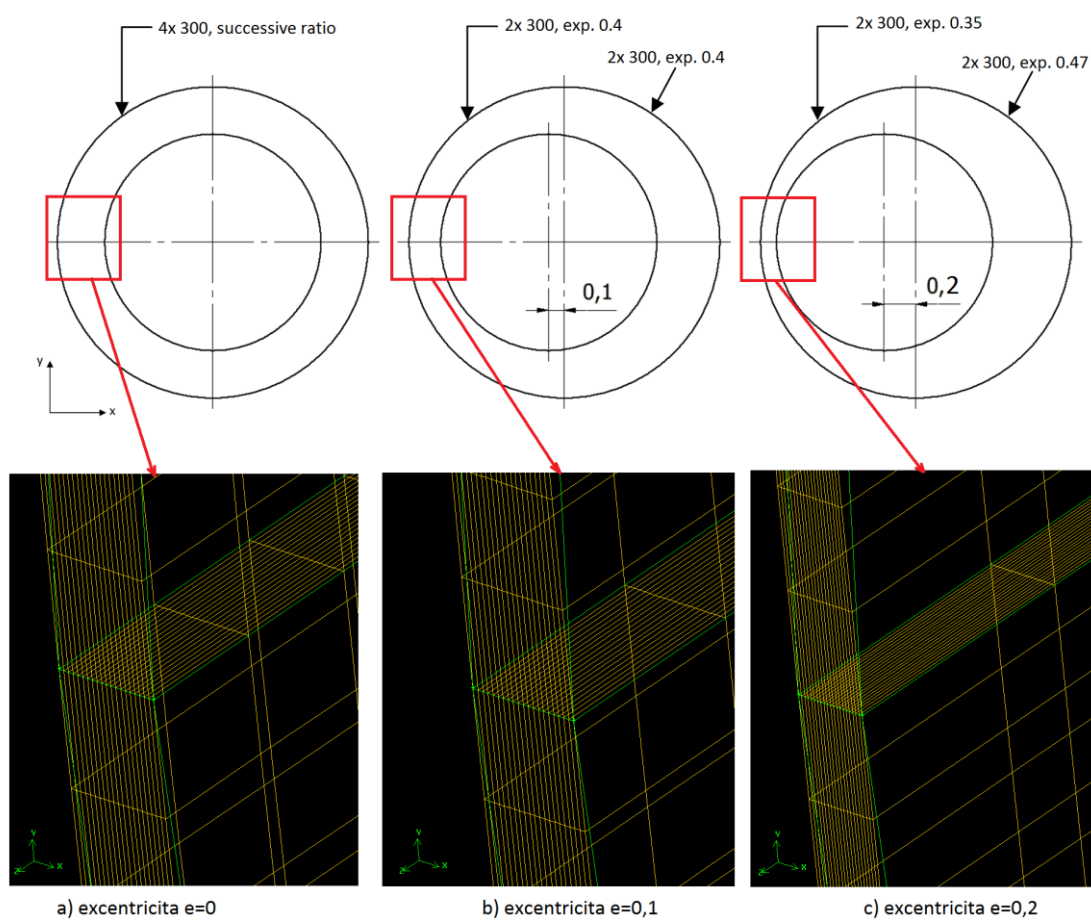
Statický tlak pro těsnící spáru *kruh slided 1* s uvažováním vstupní a výstupní ztráty.

Příloha 19 – Kruh slided 1 – absolutní velikost rychlosti

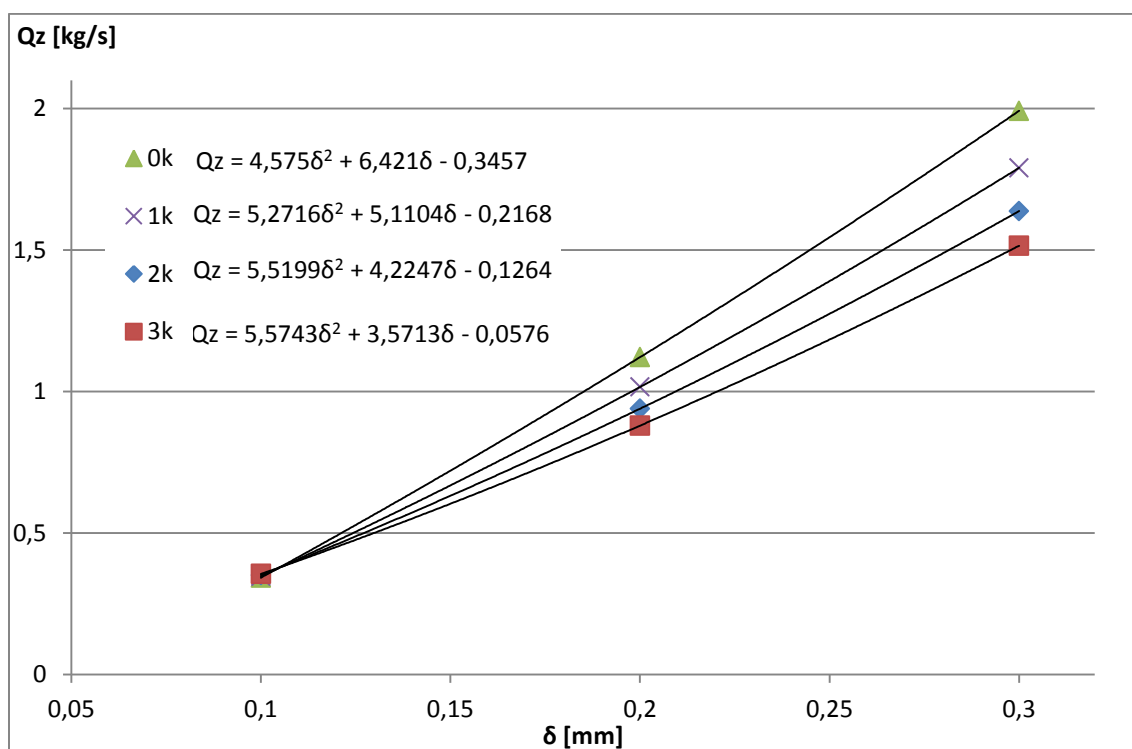


Absolutní velikost rychlosti pro *kruh slided 1* bez uvažování vstupní a výstupní ztráty.

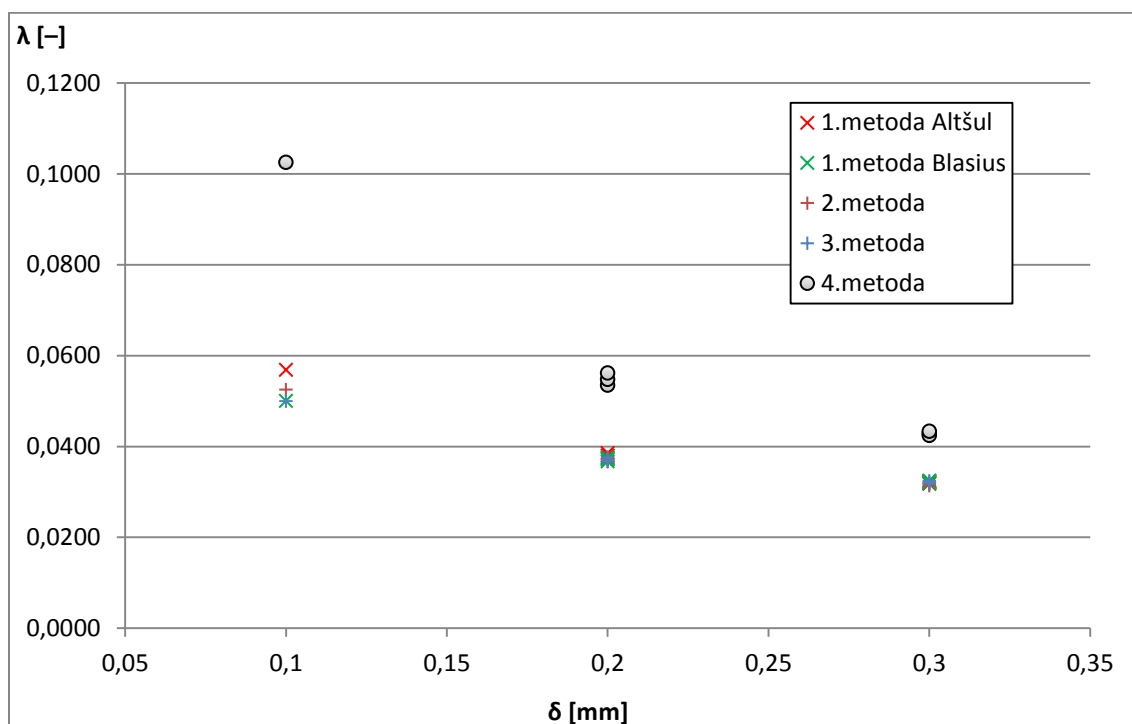
Příloha 20 – 3D spára s excentricitou



Příloha 21 – Aproximace matice kruhové komůrky



Příloha 22 – Součinitel tření λ pro různé metody



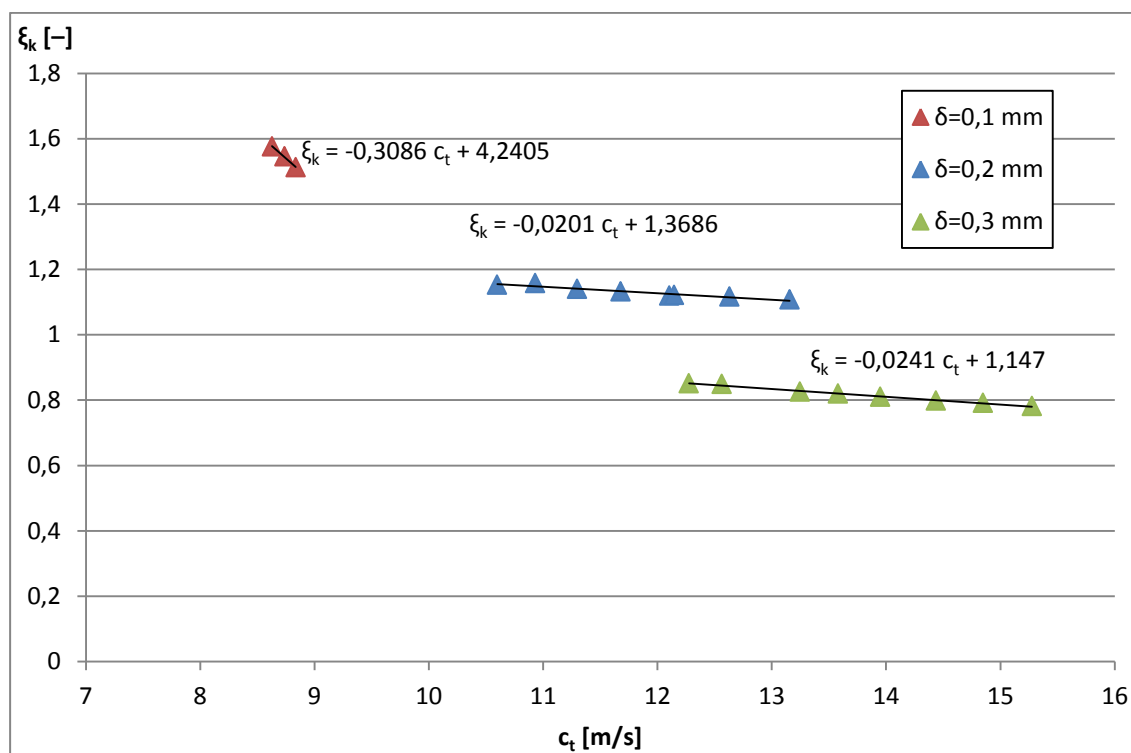
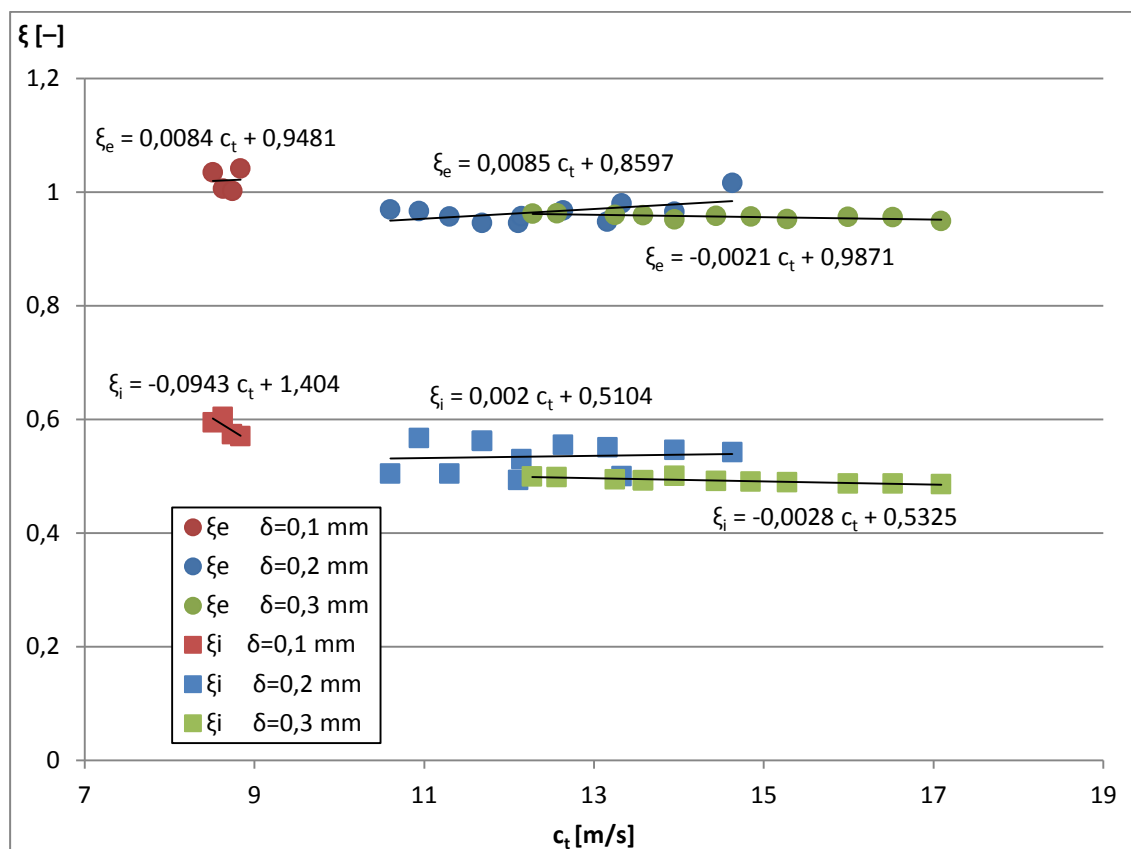
Příloha 23 – Součinitelé místních ztrát

SOUČINITEL MÍSTNÍCH ZTRÁT NA VSTUPU ξ_i										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm] δ [mm]	Délka								
		13,5			15,5			17,5		
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	0,542	0,486	0,595	0,546	0,487	/	0,500	0,487
	1	/	0,551	0,489	0,604	0,555	0,491	/	0,530	0,491
	2	/	0,493	0,501	0,574	0,562	0,493	/	0,505	0,494
	3	/	/	/	0,570	0,567	0,498	/	0,505	0,499

SOUČINITEL MÍSTNÍCH ZTRÁT NA VÝSTUPU ξ_e										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm] δ [mm]	Délka								
		13,5			15,5			17,5		
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	1,016	0,949	1,034	0,965	0,956	/	0,980	0,956
	1	/	0,948	0,952	1,006	0,967	0,957	/	0,958	0,958
	2	/	0,946	0,952	1,002	0,946	0,959	/	0,957	0,960
	3	/	/	/	1,041	0,966	0,963	/	0,969	0,962

SOUČINITEL MÍSTNÍCH ZTRÁT NA KOMŮRCE ξ_k										
délka spáry tloušťka spáry	l [mm] δ [mm]	Délka								
		13,5			15,5			17,5		
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	1	/	1,108	0,782	1,576	1,117	0,791	/	1,121	0,798
	2	/	1,119	0,809	1,545	1,132	0,819	/	1,140	0,826
	3	/	/	/	1,512	1,158	0,849	/	1,153	0,851

Příloha 24 – Závislost součinitele místních ztrát na střední axiální rychlosti



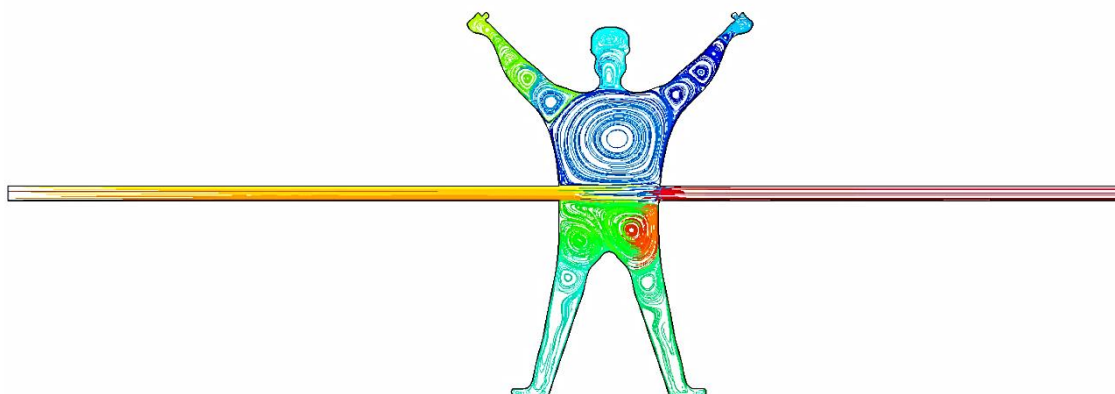
Příloha 25 – metoda součinitelů – průtok, odchylky

METODA SOUČINITELŮ – PRŮTOČNOST (NEZÁVISLÉ NA TYPU KOMŮRKY) [KG/S]										
délka spáry	l [mm]	13,5			15,5			17,5		
výška spáry	δ [mm]	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	1,141	1,994	0,340	1,098	1,939	/	1,059	1,888
	1	/	1,036	1,789	0,340	1,003	1,749	/	0,973	1,712
	2	/	0,955	1,637	0,340	0,929	1,606	/	0,905	1,577
	3	/	/	/	0,340	0,870	1,493	/	0,850	1,470

ODCHYLKA METODY SOUČINITELŮ OD MATICE FLUENT – KRUHOVÁ KOMŮRKA [%]										
délka spáry	l [mm]	13,5			15,5			17,5		
výška spáry	δ [mm]	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	3,05	3,39	0,66	2,16	2,76	/	1,21	2,15
	1	/	2,11	2,99	2,07	1,30	2,39	/	0,37	1,74
	2	/	1,88	2,79	3,36	1,08	1,99	/	0,33	1,33
	3	/	/	/	4,52	1,13	1,50	/	0,27	0,76

ODCHYLKA METODY SOUČINITELŮ OD MATICE FLUENT – ČTVERCOVÁ KOMŮRKA [%]										
délka spáry	l [mm]	13,5			15,5			17,5		
výška spáry	δ [mm]	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3
počet kruhových komůrek	0	/	3,05	3,39	0,66	2,16	2,76	/	1,21	2,15
	1	/	2,02	2,41	2,07	1,24	1,84	/	0,44	1,23
	2	/	1,76	1,92	3,61	1,02	1,22	/	0,26	0,54
	3	/	/	/	4,76	1,25	0,73	/	0,52	0,06

Příloha 26 – Těsnící spára na závěr diplomové práce



V oblasti těsnících spár jsme ještě zdaleka nevyčerpali všechny možnosti, které nynější technologie nabízí nebo v nejbližší době nabídne. A ukazuje se, že když se do toho člověk vloží, je jich opravdu nepřeberné množství.